



OESTERREICHISCHE NATIONALBANK

FINANZINSTRUMENTE  
**Produkt**handbuch **Teil C**  
**Fremdwährungen**





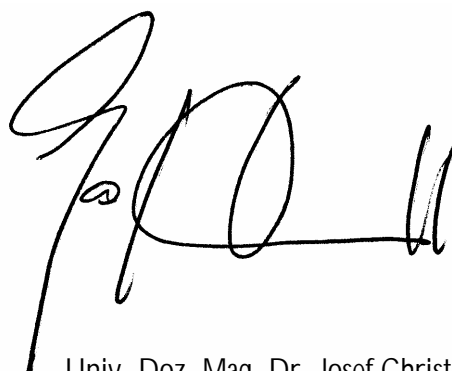
Das vorliegende „Produkthandbuch Teil C – Fremdwährungen“ ist der dritte und letzte Band einer dreiteiligen Publikationsserie der Oesterreichischen Nationalbank zum Thema strukturierte Kapitalmarktprodukte. Nachdem die Anzahl von Finanzprodukten mit immer komplexer werdenden Strukturen, deren Auszahlungen von den verschiedensten Faktoren abhängen können, in den vergangenen Jahren stark angewachsen ist, hat sich die Oesterreichische Nationalbank zur Publikation dieser Produkthandbuchreihe entschlossen.



Ziel unserer Publikationstätigkeit in diesem Bereich ist es, allen interessierten Marktteilnehmern Nachschlagewerke über die Bewertung und Zerlegung der in Österreich am häufigsten gehandelten strukturierten Anleiheprodukte zur Verfügung zu stellen.

Die gezeigten Methoden der Zerlegung sollen etwa für die Meldung der Zinsrisikostatistik oder im Zuge der Berechnung des Eigenmittelerfordernisses als Beispiele dienen, um dadurch im Prüfprozess zusätzliche Transparenz und Objektivität zu schaffen. Durch diese Vorgangsweise möchte die Oesterreichische Nationalbank das Vertrauen in den heimischen Finanzplatz stärken und insbesondere vor dem Hintergrund von Basel II zu dessen Stabilität und Wettbewerbsfähigkeit beitragen.

Die gesamte Produkthandbuchreihe von „Teil A – Zinsen“ über „Teil B – Aktien“ bis „Teil C – Fremdwährungen“ steht, neben anderen interessanten Veröffentlichungen der Oesterreichischen Nationalbank, kostenlos im Internet unter <http://oenb.at> und <http://base12.oenb.co.at> zum Download zur Verfügung.



Univ. Doz. Mag. Dr. Josef Christl  
Mitglied des Direktoriums  
der Oesterreichischen Nationalbank



# INHALT

1	<i>ALLGEMEINES</i>	7
2	<i>EINFÜHRUNG</i>	10
3	<i>PRODUKTE</i>	11
3.1	Fremdwährungsanleihen – Foreign Currency Bonds	11
3.2	Dual Currency Bonds	13
3.3	Reverse Dual Currency Bonds	15
3.4	Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht	17
3.5	Foreign Currency Dual Redemption Bond – Fremdwährungsanleihe mit Rückzahlungswahlrecht	20
3.6	Step up/Step down Dual Redemption Bonds	22
3.7	Appearing Dual Redemption Bonds	24
3.8	Digital Deposit mit Kündigungsoption	26
3.9	Digital Dual Redemption Bond – Digital Deposit mit Rückzahlungswahlrecht	30
3.10	Mehrstufiges Digital Deposit mit Kündigungsoption	33
3.11	FX-linked Barrier Note	36
3.12	FX-Barrier Range	39
3.13	Kupon FX-linked Foreign Currency Bonds mit Kündigungsoption	42
3.14	Dual Currency Linked Bond	45
3.15	Triple Currency Linked Bond	49
3.16	Variable Redemption Bond	52
3.17	Bandbreiten Variable Redemption Bond	55
3.18	Dual Currency Variable Redemption Bond	60
3.19	Knock out/Knock in Variable Redemption Bonds	63
3.20	FX-linked Zero-coupon Bond with Cap	67
3.21	Kumulierter FX-linked Zero-coupon Bond mit Call Option	70

3.22 Asian FX-linked Zero-coupon Bond/ Asiatische FX-linked Nullkuponanleihe	72
3.23 Währungskorb-Anleihen mit Cap und Floor	76
<i>ANHANG</i>	79
Übersicht Produktzerlegung	79
Glossar	83
Literatur zur Bewertung von Optionen	86

# 1 ALLGEMEINES

Unter strukturierten Produkten versteht man Finanzinstrumente, die aus einfachen Bausteinen (Anleihen, Aktien und Derivaten) zusammengesetzt sind. Meistens haben sie eine Gestalt, die oberflächlich betrachtet einer gewöhnlichen ("plain vanilla") Kuponanleihe ähnelt.

Strukturierte Produkte bestehen häufig aus periodischen "Zinszahlungen" und einer Tilgung am Ende der Laufzeit. Der wesentliche Unterschied zu Anleihen besteht in der Tatsache, dass die konkrete Höhe sowohl der Zinszahlungen als auch der Tilgung in teilweise sehr komplizierter Weise von der Entwicklung von Aktien, Indizes, Währungen der Basisobjekte oder von zukünftigen Zinssätzen abhängen.

Die Tatsache, dass strukturierte Produkte aus einfachen Bestandteilen bestehen, legt es nahe, sie für die Bewertung, die Beurteilung des Risikoprofils und etwaige Absicherungsstrategien in ihre Bestandteile zu zerlegen. Die Hoffnung dabei ist, dass die einzelnen Teile einfacher analysier- und bewertbar sind<sup>1</sup>. In vielen Fällen wird diese Hoffnung erfüllt. Oft muss man sich aber damit abfinden, dass eine Zerlegung keine wesentlichen Vereinfachungen bringt.

In diesem Teil des Produkthandbuches werden strukturierte Produkte dargestellt und diskutiert, deren Eigenschaften durch die Abhängigkeit von verschiedenen Wechselkursen charakterisiert werden. Die beiden anderen Teile des Produkthandbuches stellen Instrumente dar, deren Charakteristika von Zinsen und Aktien abhängen.

Gerade bei strukturierten Produkten im FX-Bereich gibt es laufend Innovationen am Markt. Vielfach wurden für Produktgruppen noch keine Konventionen zur einheitlichen Bezeichnung gefunden. Wo solche existieren, wählen manche Emittenten dennoch alternative Bezeichnungen. Häufig wird auch die relativ undifferenzierte Bezeichnung „FX linked bond“ verwendet, die nur sehr beschränkt Auskunft über die Struktur eines Produktes gibt. In diesem Handbuch werden am Markt gebräuchliche, aber auch möglichst treffende Bezeichnungen gewählt. Wegen der Unübersichtlichkeit der Bezeichnungen in der Praxis ist jedoch eine Zuordnung und Bewertung eines Produkts nicht allein aufgrund des Namens möglich, sondern nur auf Basis der Struktur der Zahlungsströme. Häufig verwendete alternative Namen werden bei der Produktbeschreibung angeführt.

---

<sup>1</sup> Hier wird das "Law of One Price" angewendet: Der Wert des strukturierten Produktes muss der Summe der Werte der Bestandteile entsprechen. Es gäbe sonst die Möglichkeit, risikolos Gewinn zu lukrieren (Arbitrage).

Weiters ist zu beachten, dass nicht jede Unterart einer Produktkategorie beschrieben wird. Innerhalb einer Produktkategorie sind vielfältige Varianten denkbar. Beispielsweise unterscheiden sich Produkte vielfach darin, ob der Emittent oder der Zeichner Stillhalter einer Option ist. Aus dem hohen Tempo an Produktinnovationen ergibt sich auch, dass dieses Handbuch keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben kann.

Die Behandlung eines bestimmten Produkttyps folgt stets dem folgenden Aufbau: In der *Allgemeinen Beschreibung* werden die jeweiligen Besonderheiten eines Produktes ausführlich behandelt und durch ein anschauliches Beispiel verdeutlicht. In der *Zerlegung* werden Möglichkeiten für das „Stripping“ des Produktes besprochen und anhand einer Zerlegungstabelle übersichtlich dargestellt. In der *Bewertung* wird schließlich die Bepreisung der Produkte im Sinne eines Fair Value beschrieben.

Im Anhang befindet sich eine Übersichtstabelle, in der die Zerlegung aller behandelten Produkte zusammengefasst ist, ein Glossar der wichtigsten Begriffe und eine Liste mit Literaturhinweisen.

Die gezeigten Methoden der Zerlegung sollen als Beispiele für die Behandlung von zusammengesetzten Instrumenten im Sinne von § 22e BWG, für die Berechnung des Eigenmittelerfordernisses gemäß § 22h BWG, als auch zur Meldung der Zinsrisikostatistik gemäß Teil B2 des Monatsausweises (MAUS gemäß § 74 Abs 1 und 4 BWG), dienen.

***Folgende Konventionen wurden getroffen:***

1. Mit dem Begriff „Fremdwährung“ werden in diesem Dokument Währungen bezeichnet, welche nicht der Emissionswährung (=Basiswährung) eines Produkts entsprechen. In der Praxis hängt es von der Referenzwährung eines Investors ab, ob eine Währung eine Fremdwährung darstellt. Die meisten beschriebenen Beispiele haben den Euro als Basiswährung, einzelne Produkte wurden aber auch in anderen Währungen emittiert.
2. Wechselkurse werden in diesem Dokument grundsätzlich direkt notiert, also als Preis einer Einheit der Fremdwährung in Euro angegeben. Die Notierung Q EUR/USD bedeutet, dass ein USD Q EUR kostet. In der Praxis werden Währungen häufig auch indirekt quotiert (also als Preis von 1 Euro in der Fremdwährung). Die Umrechnung von direkter in indirekte Notierung erfolgt durch Bildung des Reziprokwertes. Wenn es der Klarheit der Darstellung förderlich war, wurde bei einzelnen Produktbeispielen der Wechselkurs in eine direkte Notierung umgewandelt.

3. Die genauen Zinskonventionen (z.B.: 30/360, actual/actual, actual/360) werden bei der Darstellung der Produkte vernachlässigt.
4. Manchmal liegen zwischen dem Verfallstag der Option und der Lieferung einige Tage. Diese Differenz wurde nicht berücksichtigt. In konkreten Fällen wäre die Bewertung um den Terminzinssatz für diese Periode zu korrigieren.
5. Obgleich manche der Produktbeispiele in ATS oder DEM emittiert wurden, ist bei den meisten Beispielen als Emissionswährung EUR angeführt, um bei der Angabe der Auszahlungen nicht immer explizit auf den Wechsel der Währungen hinweisen zu müssen.
6. Bei der Benennung der Produkte erfolgte keine Berücksichtigung der Laufzeiten der einzelnen Instrumente. Grundsätzlich lassen sich Anleihen in Abhängigkeit von der Laufzeit in folgende Kategorien einteilen:
  - a. Commercial Paper, Deposit: Laufzeit bis 1 Jahr
  - b. Note: Laufzeit zwischen 1 bis 10 Jahren
  - c. Bond: Laufzeit von mehr als 10 Jahren

## 2 EINFÜHRUNG

Im Allgemeinen werden strukturierte Produkte bewertet, indem man sie in einfachere Produkte zerlegt. Die Summe dieser einfacheren Produkte bietet dasselbe Auszahlungsprofil wie das strukturierte Produkt und hat daher wegen der (angenommenen) Arbitragefreiheit der Finanzmärkte auch denselben Marktwert. Für diese Vorgangsweise sprechen zwei wesentliche Gründe: Erstens kann für die einfacheren Produkte mit Hilfe von einfachen Bewertungsmodellen ein fairer Marktpreis errechnet werden und zweitens können die Risiken besser abgesichert werden, da die Teile entweder direkt handelbar oder leichter abzuschließen sind.

Diese einfache Zerlegung ist jedoch nicht immer möglich bzw. sinnvoll. Sind die Produkte zu komplex, dann ist die Aufspaltung in einfache Produkte nicht möglich. Das strukturierte Produkt kann nur als Summe komplexer Produkte dargestellt werden, für die wiederum kein einfaches Bewertungsmodell existiert und die nicht wesentlich einfacher am Kapitalmarkt abzuschließen sind, als das ursprüngliche strukturierte Produkt. Hier müssen zur Bewertung komplexere Modelle verwendet werden. Z.B. bei Kündigungsrechten: Ist die Anleihe zu mehreren Zeitpunkten kündbar, dann muss der optimale Ausübungszeitpunkt geschickt gewählt werden. Die optimale Ausübungsstrategie beeinflusst wiederum den Wert der anderen Kündigungsmöglichkeiten. Durch diese Pfadabhängigkeit sind diese so genannten "Bermudian Options" nicht trivial.

In der Praxis wird eine Vielzahl von verschiedenen Methoden angewendet, um Fair Values von diesen komplexen Produkten auszurechnen. So werden auch einfache Bewertungsmodelle in Fällen angewendet, für die sie nicht gedacht sind, bzw. man versucht strukturierte Produkte durch Portfolios von simplen Produkten zu replizieren, die in jedem Zustand zumindest so viel ausbezahlen wie die jeweilige Struktur. Der Preis des strukturierten Produkts ist dann maximal so groß wie der Wert dieses Portfolios.

Bei der Bewertung von Fremdwährungsoptionen ist zu erwähnen, dass eine Call Option auf den USD mit einem Ausübungspreis von  $X$  EUR/USD auch als  $X$  Put Optionen auf den EUR mit einem Ausübungspreis von  $1/X$  USD/EUR gesehen werden kann. Daher sollte vor der Bewertung eine Basiswährung festgelegt werden.

Alle angegebenen Formeln sind auf die Verwendung der direkten Notierung abgestimmt und liefern als Ergebnis den Wert des Produkts in der Basiswährung.

## 3 PRODUKTE

### 3.1 Fremdwährungsanleihen – Foreign Currency Bonds

#### 3.1.1 Allgemeine Beschreibung

Bei gewöhnlichen Fremdwährungsanleihen handelt es sich um einfache Kuponanleihen, die in einer Fremdwährung begeben werden. Der jährliche Kupon sowie der Tilgungsbetrag werden zum jeweiligen Zahlungstermin in der Fremdwährung ausbezahlt. Daher schwankt der in Euro ausgedrückte Wert der Zahlungen mit dem Wechselkurs.

Der Inhaber einer Fremdwährungsanleihe übernimmt daher das Risiko der schwankenden Wechselkurse.

**Beispiel:** 4% USD Anleihe

Laufzeit	10 Jahre
Gesamtnominalwert	n.a.
Basiswährung	USD
Ausgabekurs	100%
Kupondaten	jährlich
Kupons	4% p.a., zahlbar in USD
Tilgung	100%

#### 3.1.2 Zerlegung

Bei dem Instrument aus dem Beispiel handelt es sich um eine gewöhnliche Kuponanleihe. Für die Bewertung kann jede Kuponanleihe in ein Portfolio von Nullkuponanleihen zerlegt werden (vgl. Produkthandbuch Teil A – Zinsen, S. 14). Die Tatsache, dass die Anleihe in der Fremdwährung begeben wurde, hat auf die Zerlegung keinen Einfluss.

Zusammengefasst ergibt das:

$+ \text{Fremdwährungsanleihe} = + \text{FX-Nullkuponanleihe}(1) + \dots + \text{FX-Nullkuponanleihen}(n)$
--

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

n = Anzahl der Kupontage

Fälligkeit der FX-Nullkuponanleihen: Zinstermine der Anleihe

Endwerte der FX-Nullkuponanleihen: Cash Flows der Anleihe in der Fremdwährung

Für einen Nominalwert von 100 USD wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer FX-Nullkuponanleihe, Nominalwert 100 USD, Laufzeit 10 Jahre
- Kauf von  $\sum_{t=1}^{10}$  FX-Nullkuponanleihen, Nominalwert 4 USD, Laufzeit t Jahre

### 3.1.3 Bewertung

Die Grundlagen für die Bewertung von Nullkuponanleihen wurden bereits in Teil A des Produktlexikons beschrieben (vgl. Produktlexikon Teil A – Zinsen, S. 9 ff.).

Für die Bewertung von (Null)Kuponanleihen in einer Fremdwährung gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten (vgl. Produktlexikon Teil A - Zinsen, S. 10):

1. Man verwendet die entsprechenden Kassazinssätze der Fremdwährung zur Bewertung und rechnet den erhaltenen Wert mit dem aktuellen Wechselkurs um.
2. Man rechnet die bereits bekannten Cash Flows mit Terminwechselkursen in Euro um und bewertet diese Cash Flows mit den Euro Kassazinssätzen.

Beide Verfahren müssen (fast) gleiche Resultate liefern, da sonst Arbitragemöglichkeiten existieren würden. Sind die zukünftigen Cash Flows zum Zeitpunkt der Bewertung noch nicht bekannt, kann nur das erste Verfahren verwendet werden.

## 3.2 Dual Currency Bonds

### 3.2.1 Allgemeine Beschreibung

Bei Dual Currency Bonds erfolgen die Kuponzahlungen in der Emissionswährung während die Tilgung in der Fremdwährung vorgenommen wird. Der Nominalwert wird dabei mit einem bei der Begebung der Anleihe vereinbarten Umrechnungskurs (i.d.R. mit dem bei Begebung der Anleihe gültigen Wechselkurs (Emissionskurs)) in die Fremdwährung konvertiert.

Das Risiko liegt bei Dual Currency Bonds in der Höhe des Rückzahlungsbetrages, da der in der Basiswährung ausgedrückte Tilgungsbetrag mit dem Wechselkurs schwankt. Demgegenüber ist der Inhaber der Anleihe bezüglich der Verzinsung keinem Währungsrisiko ausgesetzt.

#### **Beispiel:** Dual Currency Bond

Laufzeit	5 Jahre
Gesamtnominalwert	n.a.
Basiswährung	EUR
Ausgabekurs	100%
Kupondaten	jährlich
Kupons	5% p.a.
Tilgung	100%, zahlbar in USD

### 3.2.2 Zerlegung

Für die Bewertung spaltet man das Produkt in Tilgung und Kupons. Die Kuponzahlungen werden durch eine Reihe von Nullkuponanleihen in der Basiswährung repliziert. Die Tilgung kann durch eine Nullkuponanleihe in der Fremdwährung abgebildet werden.

Zusammengefasst ergibt das:

$  \begin{array}{l}  + \text{ Dual Currency} \\  \text{Bond}  \end{array}  =  \begin{array}{l}  + \text{ Nullkuponanleihe}(1) + \dots + \text{ Nullkuponanleihe}(n) \\  + \text{ FX-Nullkuponanleihe}  \end{array}  $
---

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

n = Anzahl der Kupontage

Fälligkeit der Nullkuponanleihen: Zinstermine der Anleihe

Endwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen der Anleihe

Die FX- Nullkuponanleihe dient zur Abbildung der Tilgung. Der Nominalwert entspricht dem Rückzahlungsbetrag in der Fremdwährung.

Für einen Nominalwert von 100 EUR wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf von  $\sum_{t=1}^5$  Nullkuponanleihen, Nominalwert 5 EUR, Laufzeit t Jahre
- Kauf einer FX-Nullkuponanleihe in USD, Nominalwert  $100 \cdot S_0$ , Laufzeit 5 Jahre; wobei:  $S_0$  = Wechselkurs USD/EUR zum Zeitpunkt der Begebung

### 3.2.3 Bewertung

Die Bewertung der (FX-)Nullkuponanleihen erfolgt über den entsprechenden Kassazinssatz.

### 3.3 Reverse Dual Currency Bonds

#### 3.3.1 Allgemeine Beschreibung

Die Verzinsung von Anleihen kann in verschiedenster Art und Weise von der Entwicklung eines Wechselkurses abhängen. Eine der einfachsten Formen ist die Auszahlung von fixen Zinsen in einer Fremdwährung. Dabei wird der jährliche Kupon mit dem zur Zeit der Kuponzahlung gültigen Wechselkurs in die Fremdwährung konvertiert und in der Folge zu jedem Kupontermin in der Fremdwährung ausbezahlt. Die in der Basiswährung ausgedrückte Verzinsung schwankt daher mit dem Wechselkurs.

**Beispiel:** EUR-7,6% Rand Obligation

Laufzeit	28.07.1998 bis 27.7.2008 (10 Jahre)
Gesamtnominalwert	n.a.
Basiswährung	EUR
Ausgabekurs	100,25%
Kupondaten	jährlich, erstmals am 28. Juli 1999
Kupons	7,60% p.a. von dem in ZAR umgerechneten Nennwert
Tilgung	100%
Stückelung	EUR 727

#### 3.3.2 Zerlegung

Für die Bewertung spaltet man das Produkt in Tilgung und Kupons. Die Tilgung kann durch eine Nullkuponanleihe mit einem Nominalwert in der Basiswährung abgebildet werden. Die Kuponzahlungen werden durch eine Reihe von Nullkuponanleihen in der Fremdwährung repliziert.

Zusammengefasst ergibt das:

$  \begin{array}{l}  + \text{ Reverse Dual} \\  \text{Currency Bond}  \end{array}  =  \begin{array}{l}  + \text{ Nullkuponanleihe} + \text{ FX-Nullkuponanleihen}(1) + \\  \dots + \text{ FX-Nullkuponanleihe } (n)  \end{array}  $
---

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Die gewöhnliche Nullkuponanleihe dient zur Abbildung der Tilgung.

Fälligkeit der FX-Nullkuponanleihen: Zinstermine der Anleihe

Nominalwerte der FX-Nullkuponanleihen: Cash Flows der Anleihe, mit dem jeweiligen aktuellen Wechselkurs in die Fremdwährung umgerechnet

Für einen Nominalwert von 100 EUR wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Nullkuponanleihe in EUR, Nominalwert 100, Laufzeit 10 Jahre
- Kauf von  $\sum_{t=1}^{10}$  FX-Nullkuponanleihen, Nominalwert 7,6 EUR umgerechnet in ZAR, Laufzeit t Jahre (aktueller Umrechnungskurs = 6,88 ZAR/EUR => 7,6 EUR = 52,3 ZAR)

### 3.3.3 Bewertung

Die Bewertung der (FX-)Nullkuponanleihen erfolgt über den entsprechenden Kassazinssatz.

## 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht

### 3.4.1 Allgemeine Beschreibung

Bei einer Dual Currency Redemption Note (Currency Switch Deposit) hat der Emittent oder der Inhaber der Anleihe das Recht, am Ende der Laufzeit die Tilgung der Anleihe in einer Fremdwährung zu erhalten. Der Nominalwert wird dabei mit einem bei der Begebung der Anleihe vereinbarten Umrechnungskurs in die Fremdwährung konvertiert.

Der Emittent wird die Option auf Rückzahlung in einer Fremdwährung ausüben, wenn der Wert der Fremdwährung im Verhältnis zur Basiswährung gesunken ist. Umgekehrt wird der Inhaber der Anleihe die Option nur ausüben, wenn der Wert der Fremdwährung gestiegen ist.

Die Option auf Zahlung in einer Fremdwährung kann neben dem Nominalwert auch die Zinsen umfassen.

### Beispiel: 6,93% Dual Redemption Obligation

Laufzeit	120 Tage
Gesamtnominalwert	EUR 4.500.000
Basiswährung	EUR
Ausgabekurs	100%
Kupondaten	am Ende der Laufzeit
Kupons	6,93% p.a.
Tilgung	100%
Rückzahlungswahlrecht	siehe unten
Stückelung	EUR 100.000

### Rückzahlungswahlrecht:

Der Emittent hat das Wahlrecht, die Tilgung zuzüglich der Zinszahlungen in EUR oder in USD zu zahlen. Bei einer Rückzahlung in USD wird der Gesamtbetrag mit einem Umrechnungskurs von 1,0708 USD/EUR in die Fremdwährung konvertiert.

### 3.4.2 Zerlegung

Dual Currency Redemption Anleihen mit Rückzahlungswahlrecht des Emittenten kann man durch den Kauf einer gewöhnlichen Kuponanleihe und Verkauf einer Put Option auf die Fremdwährung replizieren.

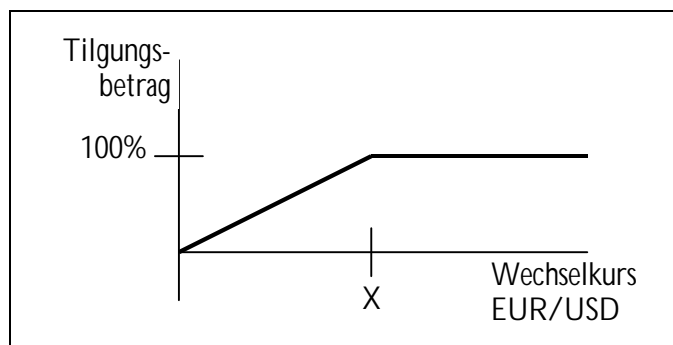


Abbildung 3.1: Zahlungsprofil bei Tilgung eines Dual Redemption Bonds

Der Nominalwert der Option ist entsprechend dem Umfang des Rückzahlungswahrscheinlichkeits nur in Höhe des Nennwerts der Anleihe oder zuzüglich der Zinsen zu wählen.

Zusammengefasst ergibt das:

$+ \text{ Dual Redemption Bond} = + \text{ Kuponanleihe} - \text{ Put Option}$
--

wobei

- + = Kauf dieser Position (Longposition)
- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Der Nominalwert der Put Option entspricht jenem Betrag, für welchen das Rückzahlungswahrscheinlichkeits gilt, umgerechnet in USD.

Für einen Nominalwert von 100 Euro wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 120 Tage, Nominalzinssatz 6,93
- Verkauf einer Put Option auf  $\left(100 + 6,93 \cdot \frac{120}{360}\right) \cdot 1,0708 = 109,55 \text{ USD}$ ,  
Laufzeit 120 Tage, Ausübungspreis  $\frac{1}{1,0708} \text{ EUR/USD}$

### 3.4.3 Bewertung

Die Grundlagen für die Bewertung von Kuponanleihen wurden ebenfalls bereits in Teil A des Produkthandbuchs beschrieben (vgl. Produkthandbuch Teil A –

Zinsen, S. 12 ff.). Für die Diskontierung wird der für Euro gültige Kassazinssatz herangezogen.

Europäische Optionen für den Kauf- oder Verkauf einer Fremdwährung können z.B. mit der erweiterten Black-Scholes-Formel nach M.B. Garman und S.W. Kohlhagen bewertet werden.

$$c = e^{-rT} [F_0 \cdot N(d_1) - XN(d_2)]$$

Formel 3.1: Preis einer Currency Call Option im Black Scholes Modell

$$p = e^{-rT} [X \cdot N(-d_2) - F_0N(-d_1)]$$

Formel 3.2: Preis einer Currency Put Option im Black Scholes Modell

wobei:

$$d_1 = \frac{\ln(F/X) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

und

$$F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}$$

mit

$S_0$	aktueller Wechselkurs (der Wert einer Einheit der Währung, gemessen in der Basiswährung)
$X$	vereinbarter Wechselkurs = Ausübungspreis
$r$	risikoloser Zinssatz in der Basiswährung
$r_f$	risikoloser Zinssatz in der Fremdwährung
$T$	Laufzeit der Option, d.h. Jahre bis zum Ausübungszeitpunkt
$\sigma$	Volatilität des Referenzkurses
$N(x)$	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle $x$
$F_0$	Futurepreis

### 3.5 Foreign Currency Dual Redemption Bond – Fremdwährungsanleihe mit Rückzahlungswahlrecht

#### 3.5.1 Allgemeine Beschreibung

Wie jede Anleihe kann auch ein Dual Redemption Bond in einer Fremdwährung begeben werden. Der einzige Unterschied in der Bewertung besteht darin, dass die gesamte Anleihe zunächst in der Fremdwährung bewertet und danach in Euro umgewandelt wird.

Wird die Anleihe z.B. in einer Fremdwährung begeben, und hat der Emittent das Recht, die Anleihe in der Basiswährung oder in Euro zurückzubezahlen, ist der Inhaber der Anleihe Stillhalter in einem Put auf Euro.

**Beispiel:** 8,3% nicht fundierte Schuldverschreibungen (dual redemption notes)

Laufzeit	19.06.1998 bis 20.09.1998 (94 Tage)
Gesamtnominalwert	USD 4.000.000
Basiswährung	USD
Ausgabekurs	100%
Kupondaten	21.September 1998
Kupon	8,3% p.a.
Tilgung	100%
Rückzahlungswahlrecht	siehe unten
Stückelung	USD 100.000

#### Rückzahlungswahlrecht:

Der Emittent hat das Wahlrecht, die Tilgung zuzüglich der Kupons in USD oder in EUR zu zahlen. Bei einer Rückzahlung in EUR wird der Gesamtbetrag mit einem Umrechnungskurs von 0,9375 EUR/USD konvertiert.

#### 3.5.2 Zerlegung

Die Zerlegung wurde bereits im vorangegangenen Beispiel besprochen. Da sich die einzige Änderung auf die Basiswährung bezieht, soll die Vorgehensweise hier nicht nochmals erörtert werden.

Zusammengefasst ergibt sich auch hier:

+ Foreign Currency Dual Redemption Bond	=	+ Kuponanleihe – Put Option
--	---	--------------------------------

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

– = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Der Nominalwert der Put Option entspricht jenem Betrag, für welchen das Rückzahlungswahlrecht gilt. In diesem Fall umfasst es den Tilgungsbetrag plus den Kupon.

Für einen Nominalwert von 100 USD wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 94 Tage, Nominalzinssatz 8,3%
- Verkauf einer Put Option auf  $\left(100 + 8,3 \frac{94}{365}\right) * 0,9375 = 95,75$  EUR, Laufzeit 94 Tage, Ausübungspreis  $\frac{1}{0,9375}$  USD/EUR

### 3.5.3 Bewertung

Für die Bewertung von Foreign Currency Dual Redemption Bonds, die in der Fremdwährung begeben wurden, gilt das gleiche wie für Dual Redemption Bonds in Euro.

Die einzelnen Produkte werden jedoch in der Fremdwährung bewertet und danach mit dem aktuellen Wechselkurs in die gewünschte Währung umgerechnet.

## 3.6 Step up/Step down Dual Redemption Bonds

### 3.6.1 Allgemeine Beschreibung

Step up und Step down Anleihen haben fix vereinbarte Kuponzahlungen, die während der Laufzeit ab einem bestimmten Zeitpunkt erhöht (Step up) oder gesenkt (Step down) werden. Werden sie mit einem Rückzahlungswahlrecht in einer anderen Währung, als der Basiswährung ausgestattet, handelt es sich um eine Variante eines Dual Redemption Bonds. Der Umrechnungskurs wird auch hier bereits bei der Emission der Anleihe festgelegt.

Auch Step up/Step down Dual Redemption Bonds können in einer anderen Basiswährung begeben werden. Da sich bei der Bewertung grundsätzlich keine Änderungen ergeben, wird hier nicht näher auf diesen Fall eingegangen (vgl. vorheriges Kapitel).

**Beispiel:** 4%/5% Umstiegs-Bond 1997-2002/5

Laufzeit	07.05.1997 bis 06.05.2002 (5 Jahre)
Gesamtnominalwert	EUR 18.168.208
Basiswährung	EUR
Ausgabekurs	100,50%
Kupondaten	jährlich, erstmals am 7. Mai 1998
Kupons	4% p.a. im 1., 2. und 3. Jahr 5% im 4. und 5. Jahr
Tilgung	100%
Rückzahlungswahlrecht	siehe unten
Stückelung	EUR 727

### Rückzahlungswahlrecht:

Der Inhaber hat das Wahlrecht, die Tilgung zuzüglich der Zinszahlungen in Euro oder in USD vorzunehmen. Bei einer Rückzahlung in USD wird der Gesamtbetrag mit einem Umrechnungskurs von 0,9084 EUR/USD konvertiert.

In dem Instrument aus dem Beispiel hat der Inhaber der Anleihe das Recht, die Tilgung der Anleihe in USD zu verlangen. Er wird dieses Recht nur ausnützen, wenn der tatsächliche Wechselkurs am Stichtag über dem vereinbarten Preis liegt.

### 3.6.2 Zerlegung

Step up bzw. Step down Anleihe können in ein Portfolio von Nullkuponanleihen zerlegt werden. Die Rückzahlungsoption des Gläubigers entspricht dem Kauf einer Call Option auf USD.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Step Up Dual Redemption Bond	=	+ Nullkuponanleihe(1) + ... + Nullkuponanleihe(n) + Call Option
-----------------------------------	---	---

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Fälligkeiten der Nullkuponanleihen: Zinstermine der Anleihe

Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Cash Flows der Anleihe

Call Option: der Nominalwert der Call Option entspricht jenem Betrag, für welchen das Rückzahlungswahlrecht gilt, umgerechnet in die Fremdwährung.

Für einen Nominalwert von 100 EUR wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 5 Jahre
- Kauf von  $\sum_{t=1}^3$  Nullkuponanleihen, Nominalwert 4, Laufzeit t Jahre
- Kauf von  $\sum_{t=4}^5$  Nullkuponanleihen, Nominalwert 5, Laufzeit t Jahre
- Kauf einer Call Option auf 110,08 USD Laufzeit 5 Jahre, Ausübungspreis 0,9084 EUR/USD

### 3.6.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihe erfolgt über den Kassazinssatz.

Für die Bewertung der Call Option vgl. Abschnitt 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht .

## 3.7 Appearing Dual Redemption Bonds

### 3.7.1 Allgemeine Beschreibung

Im Gegensatz zu einem gewöhnlichen Dual Redemption Bond wird bei einem Appearing Dual Redemption Bond das Rückzahlungswahlrecht des Emittenten erst wirksam, wenn der Wechselkurs während der Laufzeit eine vorher fixierte Grenze (Trigger, Barrier) erreicht.

**Beispiel:** Appearing Dual Redemption Depot in EUR

Laufzeit	6 Monate
Gesamtnominalwert	n.a.
Basiswährung	Euro
Ausgabekurs	n.a.
Kupondaten	am Ende der Laufzeit
Kupons	4,55% p.a.
Tilgung	100%
Rückzahlungswahlrecht	siehe unten

### Rückzahlungswahlrecht:

Überschreitet der Wechselkurs den Trigger von 1,065 USD/EUR (d.h. in direkter Notierung eine Unterschreitung von 0.939 EUR/USD), dann hat der Emittent das Wahlrecht, die Tilgung zuzüglich der Zinszahlungen in Euro oder in USD vorzunehmen. Bei einer Rückzahlung in USD wird der Gesamtbetrag mit einem Umrechnungskurs von 1,093 USD/EUR in die Fremdwährung konvertiert.

### 3.7.2 Zerlegung

Appearing Dual Currency Anleihen können durch Kauf einer Kuponanleihe und dem Verkauf einer Barrier Option repliziert werden.

Im gewählten Beispiel entspricht die Rückzahlungsoption einer Verkaufsposition in einer Down-and-in Put Option auf USD.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Appearing Dual Redemption Bond	=	+ Kuponanleihe – Put Barrier Option
-------------------------------------	---	--

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

– = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Ausstattungsmerkmale der Put Barrier Option:

Der Nominalwert der Put Option entspricht jenem Betrag, für welchen das Rückzahlungswahlrecht gilt, umgerechnet in die Fremdwährung.

Folgende Varianten bestehen bei Put Barrier Optionen:

- down-and-in Optionen entstehen, wenn das Basisobjekt (hier der Wechselkurs) während der Laufzeit eine vereinbarte Grenze unterschreitet
- down-and-out Optionen hören auf zu existieren, wenn das Basisobjekt während der Laufzeit eine vereinbarte Grenze unterschreitet
- up-and-in Optionen entstehen, wenn das Basisobjekt während der Laufzeit eine vereinbarte Grenze überschreitet
- up-and-out Optionen hören auf zu existieren, wenn das Basisobjekt während der Laufzeit eine vereinbarte Grenze überschreitet

Für einen Nominalwert von 100 Euro kann das Instrument aus dem Beispiel zerlegt werden in:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 102,275, Laufzeit 6 Monate
- Verkauf einer Down-and-in Put Option auf  $1,093 \cdot 102,275$  USD, Laufzeit 6 Monate, Barrier 1/1,065 EUR/USD, Ausübungspreis 1/1,093 EUR/USD

### 3.7.3 Bewertung

Die Bewertung der Kuponanleihe erfolgt über den Kassazinssatz.

Die Bewertung von Barrier Optionen erfolgt mit numerischen Verfahren.

Bei der Down-and-in Put Option aus dem Beispiel liegt die Barriere über dem Ausübungspreis. Sie hat daher keinen Einfluss auf den Preis der Option, da sie jedenfalls nur ausgeübt wird, wenn der Wechselkurs unter dem Ausübungspreis liegt. Daher kann die Option in dem Beispiel mittels der Standardformel für europäische Put Optionen, wie sie in Kapitel 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht beschrieben wurde, bewertet werden.

## 3.8 Digital Deposit mit Kündigungsoption

### 3.8.1 Allgemeine Beschreibung

Bei einem Digital Deposit wird wie bei einer Kuponanleihe ein fixer Nominalzins vereinbart. Die tatsächliche Höhe des Kupons hängt jedoch vom Stand eines bestimmten Wechselkurses am Kupontermin ab.

Die Kündigungsoption ermöglicht es dem Emittenten, die Anleihe vorzeitig zurückzuzahlen, falls sich der Wechselkurs oder das Zinsniveau in einer für ihn nachteiligen Weise verändern.

**Beispiel:** Callable CHF/EUR linked Bond 1998-2013

Laufzeit	18.05.1998 bis 18.05.2013 (15 Jahre)
Gesamtnominalwert	EUR 7.267.283
Basiswährung	EUR
Ausgabekurs	99,90%
Kupondaten	jährlich am 18. Juni, erstmals am 18.06.1999
Kupons	7% wenn $S_t \leq B$ oder 4% wenn $S_t > B$
Kündigungsoption	jährlich zum Nennwert am Kupontermin, erstmals am 18.06.2001
Stückelung	EUR 72.672,83

wobei

$S_t$  = Wechselkurs EUR/CHF am jeweiligen Kupontermin

B = Barriere von 0,6541 EUR/CHF

### 3.8.2 Zerlegung

Digital Deposits können durch eine Kuponanleihe und ein Portfolio von Digitalen Optionen repliziert werden.

Der Nominalzins der Kuponanleihe entspricht dem niedrigeren Kupon  $k_1$ , den der Inhaber der Anleihe jedenfalls erhält. Die Digitale Option zahlt bei überschreiten der Barriere B einen Betrag entsprechend der Differenz zwischen dem höheren Kupon  $k_2$  und dem niedrigeren Kupon  $k_1$ .

Je nachdem, ob die Auszahlung bei über- oder unterschreiten der Barriere erfolgt, handelt es sich um eine Digitale Call oder Put Option:

- Digitale Call Optionen zahlen einen bestimmten Betrag, wenn der Wert der Fremdwährung im Verhältnis zur Basiswährung steigt
- Digitale Put Optionen zahlen einen bestimmten Betrag, wenn der Wert der Fremdwährung im Verhältnis zur Basiswährung fällt

Im gewählten Beispiel entspricht das Auszahlungsmuster der Kupons einer Digitalen Put Option.

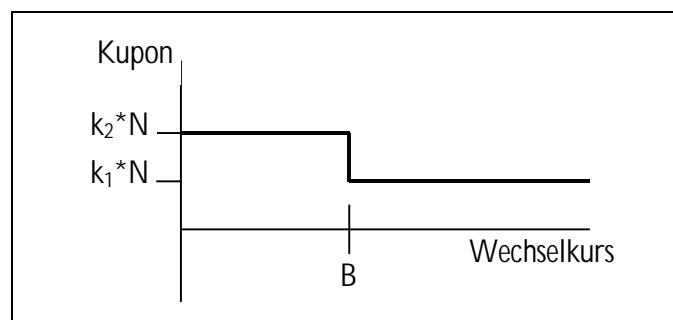


Abbildung 3.2: Auszahlungsmuster der Kuponzahlungen eines Digital Deposits

Das Kündigungsrecht des Emittenten entspricht einer Bermuda Call Option auf das Digital Deposit mit einem Ausübungspreis in Höhe des Nominalwertes. Die Ausübungszeitpunkte entsprechen den Kuponterminen.

Zusammengefasst ergibt das:

$  \begin{aligned}  &+ \text{ Digital Deposit mit} \\  &\text{Kündigungsoption}  \end{aligned}  =  \begin{aligned}  &+ \text{ Kuponanleihe} + \text{ Digitale Option(1)} \\  &\dots + \text{ Digitale Option(n)} - \text{ Call Option}  \end{aligned}  $
--

wobei:

- + = Kauf dieser Position (Longposition)
- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Der Nominalzins der Kuponanleihe entspricht dem niedrigeren Kupon, der garantiert ausgezahlt wird. Die Zinstermine entsprechen den Anleihebedingungen.

Ausstattungsmerkmale der Digitalen Optionen:

- Eine Option für jeden Tag, der für die Berechnung der Kuponhöhe relevant ist
- Barriere der Wechselkursschranke
- Auszahlung von  $(k_2 - k_1) \cdot N$ 
  - bei einem Call: falls der Referenzkurs über der Schranke liegt
  - bei einem Put: falls der Referenzkurs unter der Schranke liegt
- Der Nominalwert der Option entspricht jenem Betrag, für welchen das Rückzahlungswahlrecht gilt, umgerechnet in die Fremdwährung (in diesem Fall in CHF).

Für einen Nominalwert von 100 Euro wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 15 Jahre, Nominalzins 4%
  - Kauf von  $\sum_{t=1}^{15}$  Digitalen Put Optionen, Laufzeit t Jahre, Barriere bei 0,6541 EUR/CHF, Auszahlung in Höhe von 3 EUR
  - Verkauf einer Bermuda Call Option auf die Anleihe  $B^b$  mit einem Ausübungspreis von 100 EUR
- } Anleihe  $B^b$

### 3.8.3 Bewertung

Die Bewertung der Kuponanleihe erfolgt über den Kassazinssatz.

Bei der Bewertung der Kündigungsoption, die einer Bermuda Option entspricht, muss auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden.

Digitale Optionen können mit folgender Formel bewertet werden:

$$c = K e^{-rT} N(d_2)$$

Formel 3.3: Preis einer Digital Currency Call Option

$$p = K e^{-rT} N(-d_2)$$

Formel 3.4: Preis einer Digital Currency Put Option

wobei:

$$d_2 = \frac{\ln(S_0/X) + (r - r_f - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

mit

$S_0$	aktueller Wechselkurs (der Wert einer Einheit der Fremdwährung, gemessen in der Basiswährung)
$K$	Auszahlungsbetrag
$X$	vereinbarter Wechselkurs = Ausungspreis
$r$	risikoloser Zinssatz in der Basiswährung
$r_f$	risikoloser Zinssatz in der Fremdwährung
$T$	Laufzeit der Option, d.h. Jahre bis zum Ausungszeitpunkt
$\sigma$	Volatilität des Terminzinssatzes
$N(x)$	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle $x$

## 3.9 Digital Dual Redemption Bond – Digital Deposit mit Rückzahlungswahlrecht

### 3.9.1 Allgemeine Beschreibung

Das Zahlungsprofil eines Digital Deposits wurde bereits im vorangegangenen Kapitel erklärt. Bei einem Digital Dual Bond (Deposit) hat der Emittent zusätzlich ein Rückzahlungswahlrecht, das es ihm ermöglicht, die Anleihe entweder in der Basiswährung oder in einer anderen Währung zu tilgen.

Falls der Emittent die Rückzahlung in der Fremdwährung wählt, wird der Nominalwert mit einem bei Begebung fixierten Wechselkurs konvertiert.

**Beispiel:** Digital Dual Deposit

Laufzeit	12 Monate
Gesamtnominalwert	n.a.
Basiswährung	Euro
Ausgabekurs	100%
Kupondaten	am Ende der Laufzeit
Kupons	2,10% wenn $S_T < B$ oder 4,165% wenn $S_T \geq B$
Tilgungswahlrecht	siehe unten
Stückelung	EUR 72.673

wobei

$S_T$  = Wechselkurs EUR/CHF am Ende der Laufzeit

$B$  = Barriere von 0,6410 EUR/CHF

### Tilgungswahlrecht:

Der Emittent hat das Wahlrecht die Anleihe in Euro oder in CHF zu tilgen. Bei einer Tilgung in CHF wird der Nominalwert mit einem Umrechnungskurs von 1,62 CHF/EUR in die Fremdwährung konvertiert.

Die Zahlung der Zinsen erfolgt unabhängig von der Tilgung in Euro.

### 3.9.2 Zerlegung

Für die Bewertung zerlegt man Digital Dual Deposits zunächst in einen Kupon- und einen Tilgungsteil.

Der Kupon kann weiter in eine Nullkuponanleihe und in eine Digitale Call Option unterteilt werden. Der Nominalwert der Nullkuponanleihe entspricht dem niedrigeren Kupon  $k_1$ , den der Inhaber der Anleihe jedenfalls erhält. Die

Digitale Call Option zahlt bei Überschreiten der Grenze einen Betrag in Höhe der Differenz zwischen dem höheren Kupon  $k_2$  und dem niedrigeren Kupon  $k_1$ .

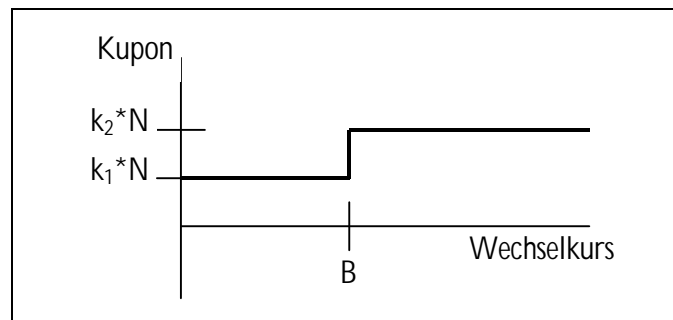


Abbildung 3.3: Auszahlungsmuster der Kuponzahlungen eines Digital Deposits

Die Tilgung der Anleihe kann nach Wahl des Emittenten in CHF oder EUR erfolgen. Falls der Nominalwert in CHF zurückbezahlt wird, wird der Umrechnung ein Kurs von 1,62 CHF/EUR (also 0,617 EUR/CHF) zugrunde gelegt. Der Emittent wird die Anleihe daher genau dann in CHF zurückzahlen, wenn der aktuelle Wechselkurs zum Zeitpunkt der Tilgung unter 0,617 EUR/CHF liegt. Das Rückzahlungswahlrecht kann durch den Kauf einer gewöhnlichen Nullkuponanleihe und den Verkauf einer CHF Put-Option (european style) mit einem Ausübungspreis von 0,617 EUR/CHF repliziert werden.

Zusammengefasst ergibt das:

$  \begin{aligned}  &+ \text{ Digital Dual} \\  &\text{Deposit}  \end{aligned}  =  \begin{aligned}  &+ \text{ Kuponanleihe} + \text{ Digitale Call Option}(1) \\  &\dots + \text{ Digitale Call Option}(n) - \text{ Put Option}  \end{aligned}  $
---

wobei:

- + = Kauf dieser Position (Longposition)
- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Der Nominalzins der Kuponanleihe entspricht dem niedrigeren Kupon, der garantiert ausgezahlt wird.

Der Nominalwert der Put Option umfasst jenen Betrag, für welchen das Rückzahlungswahlrecht gilt.

Ausstattungsmerkmale der Digitalen Call Optionen:

- Eine Option für jeden Tag, der für die Berechnung der Kuponhöhe relevant ist.
- Auszahlung von  $(k_1 - k_2) \cdot N$ , falls der Referenzkurs über der Schranke liegt

Für einen Nominalwert von 100 Euro wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 1 Jahr, Nominalzins 2,10%
- Kauf einer Digitalen Call Option  
Barrier bei 0,614 EUR/CHF
  - Auszahlung in Höhe von 2,065 EUR
- Verkauf einer Put Option (european style) auf 162 CHF mit einem Ausübungspreis von 0,617 EUR/CHF, Laufzeit 1 Jahr

### **3.9.3 Bewertung**

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt über den Kassazinssatz.

Für die Bewertung der Digitalen Call Option vgl. Kapitel 3.8 Digital Deposit mit Kündigungsoption.

Die Bewertung von Put Optionen auf eine Fremdwährung wurde in Kapitel 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht beschrieben.

## 3.10 Mehrstufiges Digital Deposit mit Kündigungsoption

### 3.10.1 Allgemein Beschreibung

Bei einem mehrstufigen Digital Deposit werden mehrere fixe Zinssätze vereinbart. Welcher Kupon tatsächlich zur Auszahlung kommt, hängt vom Stand des Referenzkurses am jeweiligen Kupontag ab.

Die Höhe des Nominalzinses an einem der vorangegangenen Kupontermine hat dabei keinen Einfluss auf die folgenden Kuponzahlungen.

**Beispiel:** 7% CHF/EUR linked Bond 98-2018

Laufzeit	10.12.1998 bis 09.12.2018 (20 Jahre)
Gesamtnominalwert	EUR 7.267.283
Ausgabekurs	100%
Basiswährung	Euro
Kupontermine	jährlich am 10. Dezember, erstmals am 10.12.1999
Kupons	7% wenn $S_t \leq B_u$ 5% wenn $B_u < S_t \leq B_o$ 3% wenn $S_t > B_o$
Kündigungsrecht	Vom Emittenten jährlich zum Nominalwert kündbar, erstmals am 10.12.2001
Tilgung	100%
Stückelung	EUR 726,73

wobei

$S_t$  = Wechselkurs EUR/CHF zum Zeitpunkt t (Kupontermine 1 bis 20)

$B_u$  = untere Barriere von 0,6541 EUR/CHF

$B_o$  = obere Barriere von 0,6698 EUR/CHF

### 3.10.2 Zerlegung

Ein mehrstufiges Digital Deposit kann für die Bewertung in eine gewöhnliche Kuponanleihe (die wiederum aus einer Reihe von Nullkuponanleihe besteht) und ein Portfolio von Digitalen Optionen zerlegt werden. Da bei dem Instrument aus dem Beispiel der Kupon steigt, wenn der Wechselkurs fällt, handelt es hier um eine Reihe von Digitalen Put Optionen.

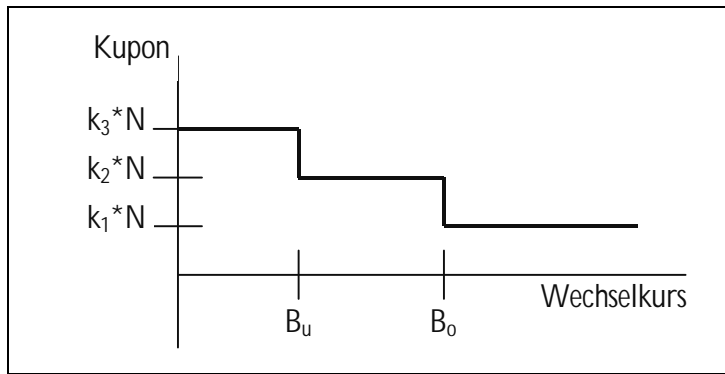


Abbildung 3.4: Auszahlungsmuster der Kuponzahlungen eines mehrstufigen Digital Deposits

Für die Replizierung des jährlichen Kupons bildet man ein Portfolio aus einer Nullkuponanleihe mit einem Nominalwert in Höhe des niedrigsten Zinssatzes  $k_1$ , einer Digitalen Put-Option mit einer Barriere  $B_o$  in Höhe der oberen Wechselkursschranke und einer Digitalen Put-Option mit einer Barriere  $B_u$  in Höhe der unteren Wechselkursschranke. Bei Überschreiten der Grenze zahlen die Digitalen Optionen jeweils einen Betrag in Höhe der Differenz zwischen dem höheren und dem niedrigeren Kupon.

Die Anzahl der „Stufen“ des Digital Deposits, mit denen sich die Kuponzahlung erhöht, kann beliebig erweitert werden. Je nachdem, ob die Kuponzahlungen mit dem Referenzkurs steigen oder fallen, handelt es sich um ein Portfolio aus Digitalen Put- oder Call-Optionen.

Das Kündigungsrecht des Emittenten ist eine Bermuda Call Option auf das oben beschriebene mehrstufige Digital Deposit mit einem Ausübungspreis in Höhe des Nominalwertes. Die Ausübungszeitpunkte entsprechen den jährlichen Kupontermine.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Mehrstufiges Digital Deposit	=	+ Kuponanleihe	+ Digitale Put
		Optionen(1) ...	+ Digitale Put
		Optionen(2) – Bermuda Call Option	

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

– = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Der Nominalzins der Kuponanleihen entspricht dem niedrigsten Kupon, der jedenfalls zur Auszahlung kommt. Zinstermine entsprechend den Anleihebedingungen.

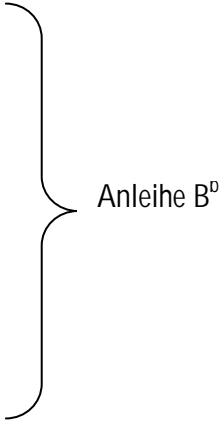
Ausstattungsmerkmale der Digitalen Put Optionen(1):

- Eine Option für jeden Tag, der für die Berechnung der Kuponhöhe relevant ist
- Auszahlung von  $(k_2 - k_1) \cdot N$ , falls der Referenzkurs unter der oberen Wechselkursschranke  $B_o$  liegt

Ausstattungsmerkmale der Digitalen Put Optionen(2):

- Eine Option für jeden Tag, der für die Berechnung der Kuponhöhe relevant ist
- Auszahlung von  $(k_3 - k_2) \cdot N$ , falls der Referenzkurs unter der unteren Wechselkursschranke  $B_u$  liegt

Für einen Nominalwert von 100 Euro wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, jährlicher Kupon 3%, Laufzeit 20 Jahre
  - Kauf von Digitalen Put Optionen ein Stück für jeden für die Berechnung des Kupons relevanten Tag
    - Barriere bei 0,6698 EUR/CHF
    - Auszahlung in Höhe von 2 EUR
  - Kauf von Digitalen Put Optionen ein Stück für jeden für die Berechnung des Kupons relevanten Tag
    - Barriere bei 0,6541 EUR/CHF
    - Auszahlung in Höhe von 2 EUR
  - Verkauf einer Bermudan Call Option auf die Anleihe  $B^b$  mit einem Ausübungspreis von 100 EUR
- 

### 3.10.3 Bewertung

Die Nullkuponanleihe wird über den Kassazinssatz bewertet.

Die Bewertung der Digitalen Optionen wurde in Kapitel 3.8 Digital Deposit mit Kündigungsoption beschrieben.

Für die Bewertung der Bermuda Optionen gibt es keine geschlossenen Formeln. Hier müssen numerische Verfahren verwendet werden.

## 3.11 FX-linked Barrier Note

### 3.11.1 Allgemeine Beschreibung

Bei einer FX-linked Barrier Note nimmt der Käufer der Anleihe an der Kurssteigerung einer Referenzwährung teil, sofern der Wechselkurs über- oder unterhalb einer festgelegten Grenze bleibt. Liegt der Wechselkurs während der Beobachtungsperiode auch nur einmal außerhalb der Grenze, erhält der Anleihegläubiger nur eine geringe Verzinsung.

Ein Investor wird daher Barrier Notes kaufen, wenn er erwartet, dass der Wechselkurs die festgelegte Grenze nicht über- oder unterschreitet.

#### Beispiel: USD/EUR linked Note

Laufzeit	30.09.1998 bis 29.12.1998 (3 Monate)
Gesamtnominalwert	EUR 7.267.283
Basiswährung	EUR
Ausgabekurs	100%
Kupondaten	30.12.1998
Kupon	siehe unten
Tilgung	100%
Stückelung	EUR 72.672,83

### Kupon

Der Nominalzins ist abhängig von der Entwicklung des Wechselkurses EUR/USD während der Laufzeit.

- Übersteigt der Wechselkurs EUR/USD in der Zeit von 30.09.1998 bis 28.12.1998 (Knock-out Periode) zu keiner Zeit den Kurs von 0,9203 EUR/USD (Barriere), dann errechnet sich der Nominalzins nach folgender Formel:

$$\text{Nominalzins} = 0,01 + 1,5647 * \max(S_T - 0,8436; 0)$$

wobei  $S_T$  = Wechselkurs EUR/USD am Ende der Laufzeit

- Wird der Kurs von 0,9203 EUR/USD während der Knock-out Periode auch nur einmal überschritten, dann beträgt die Verzinsung 1%

### 3.11.2 Zerlegung

Barrier Notes lassen sich durch eine Kuponanleihe und eine Barrier Option replizieren.

Barrier Optionen haben grundsätzlich dasselbe Auszahlungsmuster wie gewöhnliche Optionen, entstehen oder erlöschen jedoch bei Über- oder Unterschreiten einer vereinbarten Wertgrenze des Basisobjekts. Anhand ihrer Merkmale können sie in zwei Gruppen unterteilt werden:

- Knock-in Optionen entstehen erst, wenn der Wert des Basisobjekts eine bestimmte Grenze über- oder unterschreitet.
- Knock-out Optionen verfallen, wenn der Wert des Basisobjekts eine bestimmte Grenze über- oder unterschreitet.

Das Zahlungsmuster im obigen Beispiel entspricht einer Up-and-out Call Option. Da der Emittent 80% des Kursanstiegs enthält, wird der Wert der Option mit dem entsprechenden Partizipationsfaktor  $k$  multipliziert.

Zusammengefasst ergibt das:

$$+ \text{ FX-Barrier Note} = + \text{ Kuponanleihe}(1) + k \cdot \text{Barrier Option}$$

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

– = Verkauf dieser Position (Shortposition)

$k$  = Multiplikator

Ausstattungsmerkmale der Barrier Option:

- Eine Option für jeden Tag, der für die Berechnung der Kuponhöhe relevant ist
- Je nach Vereinbarung, kann es sich um eine Knock-in oder eine Knock-out Option handeln.
- Nimmt der Inhaber der Anleihe an der Wertsteigerung der Fremdwährung teil, handelt es sich um eine Call Barrier Option
- Profitiert der Inhaber der Anleihe von fallenden Wechselkursen, handelt es sich um eine Put Barrier Option

Für einen Nominalwert von 100 EUR wird das Instrument aus dem Beispiel zerlegt in:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 3 Monate, Nominalzins 1%
- Kauf einer Up-and-out Call Option auf einen USD, Laufzeit 3 Monate, Barrier 0,9203 EUR/USD, Ausübungspreis 0,8436 EUR/USD, Basiswährung EUR.  
Um die Höhe der Verzinsung zu bestimmen, muss der Wert der Option mit  $1,5647 \cdot \text{Nominalwert}$  multipliziert werden.

### 3.11.3 Bewertung

Die Kuponanleihe wird über den Kassazinssatz bewertet.

Barrier Optionen können mittels geschlossener Bewertungsformeln bewertet werden. Merton (1973) und Reiner und Rubinstein (1991a) haben entsprechende Formeln für jede Unterart von Barrier Optionen entwickelt. Siehe dazu: E.G. Haug „The Complete Guide To Option Pricing Formulas“, McGraw-Hill, 1997, S. 69 ff.

Alternativ dazu können numerische Methoden verwendet werden (vgl. u.a. DeRosa, „Currency Derivatives“, 1998, S. 275 ff).

## 3.12 FX-Barrier Range

### 3.12.1 Allgemeine Beschreibung

Bei FX Barrier Ranges (Corridor Notes, Range Protected Deposit) wird wie bei einer Kuponanleihe ein fixer Nominalzins vereinbart, der jedoch nur zur Auszahlung kommt, wenn der vorher spezifizierte Wechselkurs innerhalb einer gewissen Bandbreite bleibt (vgl. auch Produkthandbuch Teil A – Zinsen, S. 67 ff). Ein Investor wird Digital Ranges kaufen, wenn er erwartet, dass sich der Wechselkurs wenig verändern und innerhalb der festgelegten Grenzen bleiben wird.

**Beispiel:** Deposit FX-Ranger EUR/USD

Laufzeit	6 Monate
Gesamtnominalwert	n.a.
Basiswährung	Euro
Ausgabekurs	100%
Kupondaten	Am Ende der Laufzeit
Kupons	siehe unten
Tilgung	100%

### Kuponzahlungen:

Der Nominalzins beträgt 4,985%, wenn der Wechselkurs EUR/USD während der gesamten Laufzeit (Knock out Periode) keinen der folgenden Limitpunkte erreicht:

- Trigger 1: 0,885 EUR/USD
- Trigger 2: 0,990 EUR/USD

Wird einer der genannten Punkte (Trigger) während der Laufzeit einmal erreicht, kommt eine niedrigere Verzinsung von 1,95% zur Anwendung.

### 3.12.2 Zerlegung

Für die Bewertung zerlegt man das Instrument in einen Tilgungs- und einen Kuponteil. Die Tilgung kann recht einfach durch eine Nullkuponanleihe repliziert werden.

Der Kupon wird wiederum in eine Nullkuponanleihe mit einem Nominalwert  $k_1 \cdot N$  (1,95% \* N) und in eine Digital Range zerlegt.

Die zusätzliche Verzinsung  $k_2 - k_1$  (4,985%-1,95%) kommt zur Auszahlung, wenn der Referenzkurs während der gesamten Laufzeit innerhalb der vereinbarten Grenzen bleibt. Wird eine der Grenzen auch nur einmal berührt bzw. über- oder unterschritten, ist die Option ab diesem Zeitpunkt wertlos.

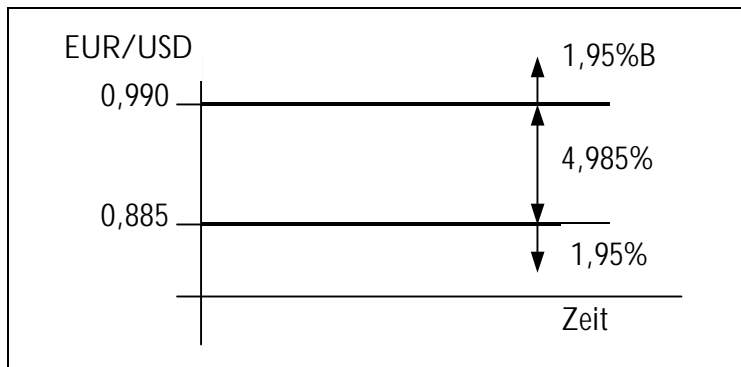


Abbildung 3.5: Auszahlungsmuster einer Digital Range

Digital Ranges können weiter in eine Kaufposition in einer Down-and-out Binary Barrier Option mit niedrigerer Barriere  $B_u$  und eine Verkaufsposition in einer Up-and-in Binary Barrier Option mit höherer Barriere  $B_o$  zerlegt werden.

Zusammengefasst ergibt das:

$+ \text{ FX-Barrier Range} = + \text{ Kuponanleihe} + \text{ Up-and-down out Double Barrier Binary Optionen}$
--

wobei

- + = Kauf dieser Position (Longposition)
- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Der Nominalzins der Kuponanleihen entspricht dem niedrigsten Kupon, der jedenfalls zur Auszahlung kommt. Zinstermine entsprechend den Anleihebedingungen.

Ausstattungsmerkmale der Up-and-down out Double Barrier Binary Optionen:

- Eine Option für jeden Tag, der für die Berechnung der Kuponhöhe relevant ist
- Barriere in Höhe der oberen und unteren Wechselkursschranke
- Auszahlung von  $(k_2 - k_1) \cdot N$ , falls der Referenzkurs innerhalb der Schranken bleibt

Bei einem Nominalwert von 100 Euro lässt sich das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 6 Monate, Nominalzins 1,95%
- Kauf einer Up-and-down out Double Barrier Binary Option, Laufzeit 6 Monate, untere Barriere bei 0,885 EUR/USD, obere Barriere 0,990 EUR/USD, Auszahlung von 3,035 EUR falls der Wechselkurs innerhalb der Grenzen bleibt

### 3.12.3 Bewertung

Die Kuponanleihe wird über den Kassazinssatz bewertet.

Binary Barrier Optionen können mittels geschlossener Bewertungsformeln bewertet werden. Reiner und Rubinstein (1991b) haben entsprechende Formeln für jede Unterart von Binary Barrier Optionen entwickelt. Siehe dazu: E.G. Haug „The Complete Guide To Option Pricing Formulas“, McGraw-Hill, 1997, S. 92 ff.

Numerische Verfahren für die Berechnung von Barrier Optionen basieren u.a. auf trinomialen Modellen. (vgl. DeRosa, „Currency Derivatives“, 1998, S. 304 ff.)

### 3.13 Kupon FX-linked Foreign Currency Bonds mit Kündigungsoption

#### 3.13.1 Allgemeine Beschreibung

Bei Kupon FX-linked Foreign Currency Bonds hängt die Höhe der Verzinsung von der Entwicklung eines Wechselkurses ab. Der Kupon wird für jede Zinsperiode neu festgelegt und steigt oder fällt kontinuierlich entsprechend dem Referenzkurs. Dies kann entweder am Beginn oder am Ende der jeweiligen Zinsperiode erfolgen. Durch die Vereinbarung von Zinsober- oder Zinsuntergrenzen kann das Risiko von Schwankungen des Zinssatzes reduziert werden.

Zusätzliche Eigenschaften, wie vorzeitige Kündigungsmöglichkeiten, ermöglichen es dem Emittenten, die Anleihe zu tilgen, wenn sich der Wechselkurs zu seinem Nachteil entwickelt.

#### Beispiel: Foreign Exchange linked Note

Laufzeit	17.06.1998 bis 17.06.2008 (10 Jahre)
Gesamtnominalwert	JPY 1.000.000.000
Basiswährung	JPY
Ausgabekurs	100,35 %
Kupondaten	halbjährlich, erstmals am 17. Dezember 1998
fixe Verzinsung	3% p.a. 17.06.1998 bis 16.06.1999
variable Verzinsung	17.06.1999 bis 16.06.2008: Berechnung siehe unten
Kündigungsoption	vom Emittenten am Kupontermin zum Nominalwert kündbar erstmals am 17.Juni 1999
Stückelung	JPY 100.000.000

#### Verzinsung

Die variable Verzinsung berechnet sich an jedem Kupontag nach folgender Formel:

$$\max(\text{USD } 46.153,84 * \text{FX}_t - \text{JPY } 4.500.000; 0)$$

wobei :

$\text{FX}_t$  = Mittelkurs JPY/USD zum Zeitpunkt t (t = 1. Tag der Zinsperiode 3 bis 20)

### 3.13.2 Zerlegung

Zunächst teilt man das Produkt in einen Tilgungs- und Zinsteil.

Die fixen Kuponzahlungen können durch die entsprechende Anzahl an Nullkuponanleihen repliziert werden. Durch welche Produkte die variablen Kuponzahlungen repliziert werden können, erkennt man nach einigen einfachen Umformungen:

$$\begin{aligned} K &= \max(\text{USD } 46.153,84 * \text{FX}_t - \text{JPY } 4.500.000; 0) = \\ &= \text{USD } 46.153,84 * \max(\text{FX}_t - 97,5 \text{ JPY/USD}; 0) \end{aligned}$$

Das Auszahlungsmuster der variablen Kupons entspricht einem Call auf USD 46.153,84 mit einem Ausübungspreis von 97,5 JPY/USD. Bei der Bewertung ist zu beachten, dass die Auszahlung nicht zum Zeitpunkt der Ausübung der Option, sondern erst ein halbes Jahr später erfolgt.

Die Tilgung kann durch eine weitere Nullkuponanleihe repliziert werden. Die Kündigungsoption des Emittenten entspricht dem Verkauf einer Bermuda Call Option auf die Anleihe, mit einem Ausübungspreis in Höhe des Nominalwertes und halbjährlichen Ausübungszeitpunkten.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Kupon FX-linked Foreign Currency Bond	=	+ Nullkuponanleihe(1) + Nullkuponanleihen(2) + Call Optionen - Bermuda Call Option
---	---	--

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Die Nullkuponanleihe(1) dient zur Nachbildung der Tilgung.

Ausstattungsmerkmale der Nullkuponanleihen(2):

- eine Nullkuponanleihe für jeden Kupontag mit fixen Zinsen
- Nominalwert in Höhe des fixen Kupons

Ausstattungsmerkmale der Call Optionen:

- Eine Option für jeden Tag, der für die Berechnung der Kuponhöhe relevant ist
- Ausübungspreis 97,5 JPY/USD

- Nominalwert USD 46.153,84
- Auszahlung am nächsten Kupontermin

Bei einem Nominalwert von 100.000 Yen lässt sich das Instrument replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 100.000, Laufzeit 10 Jahre
  - Kauf von  $\sum_{t=1}^2$  Nullkuponanleihen, Nominalwert 3.000, Laufzeit  $0,5 \cdot t$  Jahre
  - Kauf von  $\sum_{t=2}^{19}$  Call Optionen auf 4,615384 USD, Laufzeit  $0,5 \cdot t$  Jahre, Ausübungspreis 97,50 JPY/USD, Auszahlung 6 Monate später
  - Verkauf einer Bermuda Call Option auf die Anleihe B<sup>0</sup> mit einem Ausübungspreis von 100
- } Anleihe B<sup>0</sup>

### 3.13.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt über den Kassazinssatz.

Die Bewertung von Call Optionen auf eine Fremdwährung wurde in Kapitel 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht besprochen.

Für die Bewertung von Bermuda Optionen gibt es keine geschlossenen Bewertungsformeln. Hier können nur numerische Verfahren angewendet werden.

Da die Anleihe in Yen begeben wurde, bewertet man die einzelnen Produkte am besten mit den entsprechenden Zinssätzen in Yen und wandelt das Ergebnis – falls gewünscht – mit dem aktuellen Wechselkurs in Euro um.

## 3.14 Dual Currency Linked Bond

### 3.14.1 Allgemeine Beschreibung

Die beschriebene Variante eines Dual Currency Linked Bond (Kupon FX-linked Foreign Currency Bonds mit Currency Option) wird in einer Fremdwährung begeben. Bei Zahlung des jährlichen Kupons hat der Emittent das Recht, einen zuvor bestimmten Betrag, in zwei von der Basiswährung verschiedenen Währungen zu bezahlen.

Dieses Wahlrecht besteht an jedem Kupontag. Die Entscheidung an einem Kupontag hat keine Einschränkung der Wahlmöglichkeiten an einem der nächsten Kupontage zur Folge.

Die Höhe der Kuponzahlung in der jeweiligen Währung wird anhand des jeweils geltenden Zinsniveaus bestimmt. Dazu wird der Nominalwert mit einem fixen Wechselkurs umgerechnet und mit dem entsprechenden Nominalzins multipliziert.

#### Beispiel: Yen 10 billion Reverse Dual Currency Bond

Laufzeit	18.03.1996 bis 18.03.2026 (30 Jahre)
Gesamtnominalwert	Yen 10 Mrd.
Basiswährung	Yen
Ausgabekurs	100,50%
Kupondaten	jährlich, erstmals am 18. März 1997
Kupons	siehe unten
Tilgung	100%

### Kupon

Der Emittent kann an jedem Kupontag zwischen den folgenden Kuponzahlungen wählen:

- 6,23% in AUD, das sind AUD 8.057.423,69
- 5,83% in SEK, das sind SEK 38.608.827,40

Der Emittent wird daher an jedem Kupontag, die für ihn günstigste Währung wählen. Der Inhaber der Anleihe trägt somit das Risiko von fallenden Wechselkursen.

### 3.14.2 Zerlegung

Zunächst teilt man das Instrument in einen Tilgungs- und einen Kuponteil. Die Tilgung kann dann durch eine gewöhnliche Nullkuponanleihe repliziert werden.

Bei den Kuponzahlungen wählt man die Kuponzahlung einer Währung als Basiskupon B. Diese Kupons bewertet man als eine Serie von Nullkuponanleihen in der entsprechenden Fremdwährung.

Hat der Emittent das Recht zwischen zwei Fremdwährungen zu wählen, so kann dieses Recht aus Sicht des Investors als eine Verkaufsposition in einer Exchange Option angesehen werden. Eine Europäische Exchange Option gibt dem Inhaber das Recht, ein Basisobjekt mit dem Wert  $U_T$  gegen ein anderes Basisobjekt mit einem Wert von  $V_T$  im Zeitpunkt T zu tauschen. Das Auszahlungsprofil dieser Option entspricht

$$\max(V_T - U_T, 0)$$

Hat der Emittent also z.B. das Recht, einen Kupon in Höhe von 80 AUD oder von 386 SEK zu zahlen, entspricht dies dem Recht, den in der Basiswährung ausgedrückten Wert von 80 AUD ( $V_T$ ) gegen den in der Basiswährung ausgedrückten Wert von 386 SEK ( $U_T$ ) zu tauschen. Als Basiskupon gilt bei dieser Schreibweise der Betrag in AUD.

Zusammengefasst ergibt das:

$+ \text{ Dual Currency Linked Bond} = + \text{ Nullkuponanleihe(1)} + \text{ Nullkuponanleihen(2)} - \text{ Exchange Options}$
---

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Die Nullkuponanleihe(1) dient zur Nachbildung der Tilgung.

Ausstattungsmerkmale der Nullkuponanleihen(2):

- Eine Anleihe für jeden Kupontag
- Nominalwert in Höhe des gewählten Basiskupons in der entsprechenden Fremdwährung

Ausstattungsmerkmale der Exchange Optionen:

- Eine Option für jeden Kupontag
- Die Option gibt das Recht, am Fälligkeitstag, den Basiskupon B in einer Währung gegen einen Kupon K in einer anderen Währung zu tauschen. Der Wert der Kuponzahlungen wird jeweils in der Basiswährung ausgedrückt. Das Auszahlungsprofil der Option entspricht somit:

$$\max(B - K; 0)$$

Bei einem Nominalwert von 100.000 Yen lässt sich das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 100.000, Laufzeit 30 Jahre
- Kauf von  $\sum_{t=1}^{30}$  Nullkuponanleihen, Nominalwert 8,057 AUD, Laufzeit t Jahre
- Verkauf von  $\sum_{t=1}^{30}$  Exchange Optionen, die das Recht geben, 38,609 SEK gegen 8,057 AUD zu tauschen. Laufzeit der Option: t Jahre

### 3.14.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihe erfolgt über den Kassazinssatz.

Für die Bewertung von Exchange Options gibt es geschlossene Formeln. Ihnen liegt die Annahme zugrunde, dass die Wechselkurse der Referenzwährungen jeweils einer geometrischen Brownschen Bewegung folgen.

Der Wert einer Option zu  $t = 0$ , die es dem Inhaber ermöglicht, am Ende der Laufzeit eine Fremdwährung V mit einer anderen Fremdwährung U zu kaufen, entspricht:

$$V_0 e^{-r_V T} N(d_1) - U_0 e^{-r_U T} N(d_2)$$

Formel 3.5: Wert einer Exchange Option

wobei:

$$d_1 = \frac{\ln(V_0/U_0) + (r_V - r_U + \hat{\sigma}^2/2)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \hat{\sigma}\sqrt{T}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\sigma_U^2 + \sigma_V^2 - 2\rho\sigma_U\sigma_V}$$

mit

$V_0$	aktueller Wechselkurs einer Referenzwährung (der Wert einer Einheit der Fremdwährung, gemessen in der Basiswährung)
$U_0$	aktueller Wechselkurs der anderen Referenzwährung
$\rho$	Korrelation zwischen den beiden Referenzwährungen
$r_V$	risikoloser Zinssatz in der einen Referenzwährung
$r_U$	risikoloser Zinssatz in der anderen Referenzwährung
$T$	Laufzeit der Option, d.h. Jahre bis zum Ausübungszeitpunkt
$\sigma$	Volatilität des jeweiligen Referenzkurses
$N(x)$	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle $x$

## 3.15 Triple Currency Linked Bond

### 3.15.1 Allgemeine Beschreibung

Bei dieser Variante von Triple Currency Linked Bond hat der Emittent das Recht, bei den jährlichen Kuponzahlungen zwischen drei von der Basiswährung verschiedenen Währungen zu wählen.

Dieses Wahlrecht besteht an jedem Kupontag. Die Entscheidung an einem Kupontag, hat keine Einschränkung der Wahlmöglichkeiten an einem der nächsten Kupontage zur Folge.

Die Höhe der Kuponzahlung in der jeweiligen Währung wird anhand des jeweils geltenden Zinsniveaus bestimmt. Dazu wird der Nominalwert mit einem fixen Wechselkurs umgerechnet und mit dem entsprechenden Nominalzins multipliziert.

**Beispiel:** Yen 10 billion Reverse Dual Currency Bond

Laufzeit	20.11.1995 bis 20.11.2015 (20 Jahre)
Gesamtnominalwert	Yen 10 Mrd.
Basiswährung	Yen
Ausgabekurs	100,50%
Kupondaten	jährlich, erstmals am 20. November 1996
Kupons	siehe unten
Tilgung	100%

### Kupon

Der Emittent kann an jedem Kupontag zwischen den folgenden Kuponzahlungen wählen:

- 5,80% in AUD, das sind AUD 7.631.578,95
- 5,30% in SEK, das sind SEK 35.222.661,20
- 6,00% in USD, das sind USD 5.956.517,42

Der Emittent wird daher an jedem Kupontag die für ihn günstigste Währung wählen. Der Inhaber der Anleihe trägt somit das Risiko von fallenden Wechselkursen.

### 3.15.2 Zerlegung

Zunächst teilt man das Instrument in einen Tilgungs- und einen Kuponteil. Die Tilgung kann dann durch eine gewöhnliche Nullkuponanleihe repliziert werden.

Bei den Kuponzahlungen wählt man die Kuponzahlung einer Währung als Basiskupon B. Diese Kupons bewertet man als eine Serie von Nullkuponanleihen in der entsprechenden Fremdwährung.

Das Recht des Emittenten, am Kupontag zwischen drei Währungen zu wählen, entspricht einer Option auf das Minimum aus mehreren Basisobjekten. Oder anders ausgedrückt: Der Emittent hat das Recht, das Minimum zwischen den zwei Kupons in den zusätzlichen Währungen, gegen den Basiskupon zu tauschen.

Das Wahlrecht des Emittenten entspricht daher folgendem Auszahlungsmuster:

$$\max(B_T - \min(K_{1,T}; K_{2,T}); 0)$$

Für den Investor stellt dieses Recht eine Verkaufsposition in einer Put Option dar. Übt der Inhaber der Option (der Emittent) sein Recht aus, kann er bei der Lieferung des Basisobjekts zwischen zwei Kuponwährungen wählen. Der vom Verkäufer der Option (dem Investor) zu leistende Ausübungspreis entspricht dem Wert des Basiskupons B zum Zeitpunkt T.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Triple Currency Linked Bond	=	+ Nullkuponanleihe(1) + Nullkuponanleihen(2) – Put Option auf das Minimum von zwei Basisobjekten
-------------------------------	---	--

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

– = Verkauf dieser Position (Shortposition)

Die Nullkuponanleihe(1) dient zur Nachbildung der Tilgung.

Ausstattungsmerkmale der Nullkuponanleihen(2):

- Eine Anleihe für jeden Kupontag
- Nominalwert in Höhe des gewählten Basiskupons in der entsprechenden Fremdwährung

Ausstattungsmerkmale der Put Option auf das Minimum von zwei Basisobjekten:

- Eine Option für jeden Kupontag
- Die Option gibt das Recht, am Fälligkeitstag den Basiskupon B in einer Währung gegen den Kupon  $K_1$  oder  $K_2$ , welcher jeweils in einer anderen Währung zu zahlen ist, zu tauschen. Der Wert der Kuponzahlungen wird jeweils in Euro ausgedrückt. Das Auszahlungsprofil der Option entspricht somit:

$$\max(B_T - \min(K_{1,T}; K_{2,T}); 0)$$

Bei einem Nominalwert von 100.000 Yen lässt sich das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 100.000, Laufzeit 20 Jahre
- Kauf von  $\sum_{t=1}^{20}$  Nullkuponanleihen, Nominalwert 7,632 AUD, Laufzeit t Jahre
- Verkauf von  $\sum_{t=1}^{20}$  Put Optionen, die das Recht geben, das Minimum zwischen 35,223 SEK oder 5,957 USD gegen 7,632 AUD zu tauschen.
  - Laufzeit der Option: t Jahre

### 3.15.3 Bewertung

Die Nullkuponanleihen können über den entsprechenden Kassazinssatz bewertet werden.

Für die Bewertung von Option auf das Minimum oder das Maximum von zwei Basisobjekten gibt es geschlossene Bewertungsformeln. Siehe dazu: E.G. Haug „The Complete Guide To Option Pricing Formulas“, McGraw-Hill, 1997, S. 56 ff.

Bei dem Instrument aus dem Beispiel kommt hinzu, dass der Ausübungspreis kein risikoneutraler, fixer Betrag, sondern ebenfalls ein risikobehafteter Vermögenswert ist.

## 3.16 Variable Redemption Bond

### 3.16.1 Allgemeine Beschreibung

Variable Redemption Bonds zahlen während der Laufzeit fixe Zinsen, der endgültige Rückzahlungsbetrag bei Fälligkeit der Anleihe hängt jedoch von der Entwicklung eines Wechselkurses ab. In der Regel errechnet sich der Tilgungsbetrag mittels des in Prozent ausgedrückten Kursverlusts bzw. Kursgewinns.

Häufig werden Ober- und/oder Untergrenzen für den Tilgungsbetrag vereinbart, um extreme Ausgangssituationen zu verhindern. Abhängig von den Anleihebedingungen kann es auch zu einem Verlust des Kapitals kommen.

**Beispiel:** 5% EUR/CHF-linked Obligation 1998-2002

Laufzeit	02.04.1998 bis 01.04.2002 (4 Jahre)
Ausgabekurs	100,50 %
Basiswährung	EUR
Kupondaten	jährlich, erstmals am 2. April 1999
Verzinsung	5% p.a.
Tilgung	siehe unten
Stückelung	EUR 727

#### Tilgung:

Der Tilgungskurs (in Prozent) errechnet sich nach folgender Formel:

$$T = 100 * \left( 1 + \frac{0,654 - FX}{0,654} \right)$$

wobei:

FX = EUR/CHF-Wechselkurs am 27. März 2002

Der Tilgungskurs beträgt jedoch mindestens 80% vom Nominalwert.

Der Inhaber der Anleihe trägt daher das Risiko, dass der Wert des CHF gegenüber dem Euro steigt. Bei einem fallenden Wechselkurs erhält der Anleger eine über dem Kapitalmarkt liegende Verzinsung.

### 3.16.2 Zerlegung

Das Produkt kann durch eine gewöhnliche Kuponanleihe und eine Kombination aus einem Forward und einer Call Option repliziert werden.

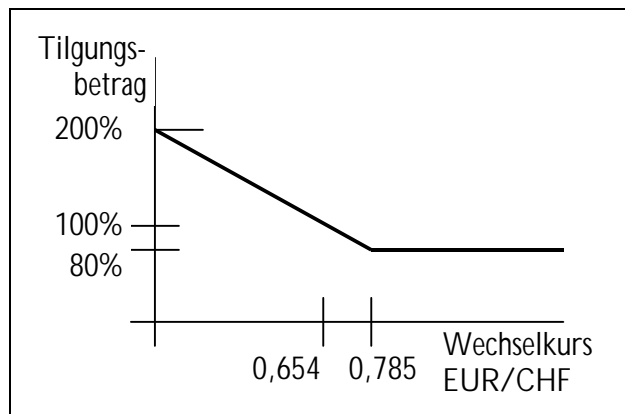


Abbildung 3.6: Auszahlungsmuster des Tilgungsbetrags eines Variable Redemption Bond

Um die einzelnen Produkte leichter zu erkennen, kann die Formel für die Berechnung der Tilgung wie folgt vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}
 T &= \max\left(80; 100 \cdot \left(1 + \frac{0,654 - FX}{0,654}\right)\right) = \max\left(80; 100 + \frac{100}{0,654} \cdot (0,654 - FX)\right) = \\
 &= 100 + \max\left(-20; \frac{100}{0,654} \cdot (0,654 - FX)\right) = \\
 &= 100 - \frac{100}{0,654} \cdot (0,654 - FX) + \max\left(-20 - \frac{100}{0,654} \cdot (0,654 - FX); 0\right) = \\
 &= 100 - \frac{100}{0,654} \cdot (0,654 - FX) + \frac{100}{0,654} \cdot \max(FX - 0,785; 0)
 \end{aligned}$$

Durch diese Vereinfachung erkennt man, dass der Inhaber der Anleihe eine Verkaufsposition in einem Forward auf  $100/0,654$  CHF besitzt. Zahlungsprofil eines Forwards:

$$\begin{aligned}
 &\text{Kaufposition: } S_T - X \\
 &\text{Verkaufsposition: } X - S_T
 \end{aligned}$$

wobei:

$$\begin{aligned}
 S_T &= \text{Wechselkurs am Ende der Laufzeit} \\
 X &= \text{Ausübungspreis}
 \end{aligned}$$

Da der Tilgungskurs mit 80% nach unten begrenzt ist, hält der Investor zusätzlich zu den Forwards noch  $100/0,654$  Call Optionen auf den CHF mit einem Ausübungspreis von 0,785 EUR/CHF.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Variable Redemption Bond	=	+ Kuponanleihe - k*Forward + k*Call Option
----------------------------	---	--

wobei

- + = Kauf dieser Position (Longposition)
- = Verkauf dieser Position (Shortposition)
- k = Multiplikator

Bei einem Nominalwert von 100 lässt sich das Instrument replizieren durch:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 4 Jahre, Nominalzinssatz von 5%
- Verkauf von k Forwards auf einen CHF, Ausübungspreis 0,654, Laufzeit 4 Jahre
- Kauf von k Call Optionen auf einen CHF, Ausübungspreis 0,785, Laufzeit 4 Jahre

wobei:  $k = 100/0,654$

### 3.16.3 Bewertung

Die Bewertung der Kuponanleihe erfolgt über den Kassazinssatz.

Für die Bewertung von Call Optionen auf Fremdwährungen vgl. Kapitel 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht

Der Wert eines Forwards bestimmt sich nach folgender Formel:

$$f = S_0 e^{-r_f T} - K e^{-r T}$$

Formel 3.6: Wert eines Forwards

mit

$S_0$	aktueller Wechselkurs (der Wert einer Einheit der Fremdwährung, gemessen in der Basiswährung)
$r$	risikoloser Zinssatz in der Basiswährung
$r_f$	risikoloser Zinssatz in der Fremdwährung
$T$	Laufzeit des Forwards
$K$	vereinbarter Preis

## 3.17 Bandbreiten Variable Redemption Bond

### 3.17.1 Allgemeine Beschreibung

Bei dieser Variante von Variable Redemption Bonds handelt es sich um eine fixverzinsten Anleihe, die zum Nominalwert getilgt wird, wenn der Referenzkurs am Tilgungstag innerhalb einer bestimmten Bandbreite liegt.

Liegt der Referenzkurs am Fälligkeitstag über der oberen Grenze, beträgt der Tilgungskurs mehr als 100%. Der exakte Tilgungsbetrag hängt dabei vom prozentuellen Anstieg des Referenzkurses gegenüber der vereinbarten oberen Wechselkursschranke ab.

Liegt der Referenzkurs am Fälligkeitstag unterhalb der unteren Grenze, beträgt der Tilgungskurs weniger als 100%. Der Inhaber der Anleihe muss in diesem Fall einen Verlust des Kapitals hinnehmen. Der exakte Tilgungsbetrag bestimmt sich nach dem prozentuellen Kursverlust der Referenzwährung gegenüber der unteren Wechselkursschranke.

Der Inhaber eines Bandbreiten Variable Redemption Bonds nimmt daher grundsätzlich an der Wertänderung einer Referenzwährung teil, ein Verlust des Kapitals tritt jedoch erst ein, wenn der Referenzkurs unter einen bestimmten Wert gefallen ist. Im Gegenzug profitiert er aber erst dann vom Kursanstieg, wenn der Referenzkurs eine bestimmte Schranke überschritten hat.

#### Beispiel: FX-linked 4,42% Note

Laufzeit	11.05.1998 bis 11.05.1999 (1 Jahr)
Gesamtnominalwert	USD 10.000.000
Ausgabekurs	100 % zahlbar in JPY zu einem Kurs von 131,5 JPY/USD
Basiswährung	USD
Kupondaten	am Ende der Laufzeit
Verzinsung	4,42% p.a.
Tilgung	siehe unten
Stückelung	USD 1.000.000

## Tilgung

Der Tilgungsbetrag beträgt

- 100% des Nominalwertes \*  $\left(2 - \frac{131,50}{FX_T}\right)$  wenn  $FX_T \geq 131,5$
- 100% des Nominalwertes wenn  $131,5 > FX_T \geq 116,5$
- 100% des Nominalwertes \*  $\left(2 - \frac{116,50}{FX_T}\right)$  wenn  $FX_T < 116,5$

wobei:  $FX_T$  = Wechselkurs JPY/USD 10 Banktage vor dem Fälligkeitstag

Der Tilgungsbetrag kann nicht negativ werden.

Die Tatsache, dass der Nominalwert bei Begebung der Anleihe in JPY zu zahlen ist, hat keinen Einfluss auf die Bewertung. Falls der verwendete Umrechnungskurs nicht dem tatsächlichen Wechselkurs am Tag der Begebung der Anleihe entspricht, muss der Ausgabekurs einfach ungleich 100% gesetzt werden.

### 3.17.2 Zerlegung

Für die Bewertung teilt man das Instrument zunächst in einen Tilgungs- und Kuponteil. Der fixe Kupon entspricht einer Nullkuponanleihe mit einem Nominalwert entsprechend der Höhe des Zinssatzes.

Das Auszahlungsmuster der Tilgung hat folgendes schematisches Aussehen:

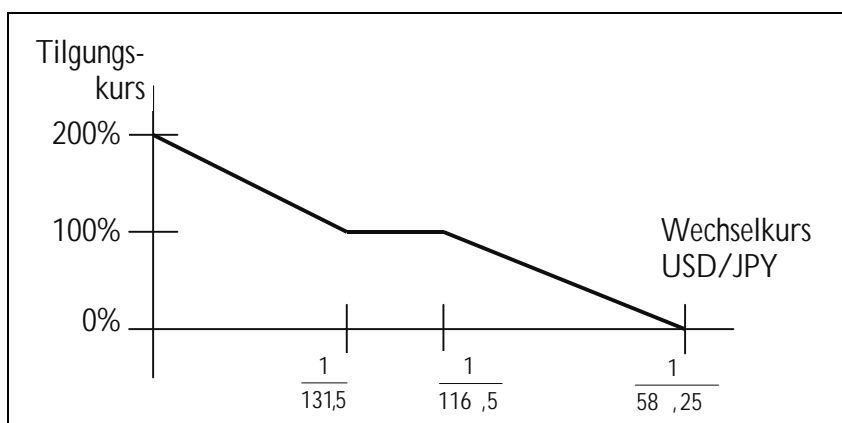


Abbildung 3.7: Schema des Auszahlungsmusters einer „Bandbreiten“ FX-linked Note

Überschreitet der Kurs am Tilgungstag die obere Barriere von 131,50, dann

erhält der Inhaber der Anleihe  $100\% \cdot \text{Nominalwert} \cdot \left(2 - \frac{131,50}{FX_T}\right)$ .

Die Berechnungsformel kann auch wie folgt ausgedrückt werden:

Tilgungsbetrag =

$$= 100\% * \text{Nominalwert} + \frac{100\% * \text{Nominalwert}}{FX_T} * (FX_T - 131,50)$$

wobei  $FX_T$  = Wechselkurs JPY/USD am Stichtag

Diese Formel kommt nur zur Anwendung, wenn  $FX_T \geq 131,50$  ist. Daher entspricht der Ausdruck „ $FX_T - 131,50$ “ einer Call Option auf einen USD mit einem Ausübungspreis von 131,50 JPY/USD. Zu beachten ist jedoch, dass bei obiger Schreibweise der Yen als Basiswährung der Option angesehen wird. Dies ist ungünstig, da die Basiswährung der Anleihe der USD ist.

Eine Call Option auf eine Währung kann jedoch immer auch als Put Option auf die andere Währung angesehen werden. Ausgehend von dieser Tatsache, kann man folgende Umformungen vornehmen:

$$\begin{aligned} & \frac{100\% * \text{Nominalwert}}{FX_T} * \max(FX_T - 131,50; 0) = \\ & = \frac{100\% * \text{Nominalwert}}{FX_T} * 131,50 * \max\left(\frac{FX_T}{131,50} - 1; 0\right) = \\ & = \frac{100\% * \text{Nominalwert}}{FX_T} * 131,50 * FX_T * \max\left(\frac{1}{131,50} - \frac{1}{FX_T}; 0\right) = \\ & = 100\% * \text{Nominalwert} * 131,50 * \max\left(\frac{1}{131,50} - \frac{1}{FX_T}; 0\right) \end{aligned}$$

Die Berechnungsformel kann also auch als Put Option auf den Yen gesehen werden. Zur Replizierung des Auszahlungsmusters der Anleihe muss der Wert dieser Option noch mit „ $100\% * \text{Nominalwert} * 131,5$ “ multipliziert werden.

Bei Unterschreiten der unteren Grenze von 116,50 JPY/USD erhält der Inhaber

$$\text{der Anleihe } 100\% * \text{Nominalwert} * \left(2 - \frac{116,50}{FX_T}\right).$$

Die Berechnungsformel kann auch hier in folgender Form ausgedrückt werden:

Tilgungsbetrag =

$$= 100\% * \text{Nominalwert} + \frac{100\% * \text{Nominalwert}}{FX_T} * (FX_T - 116,50)$$

wobei  $FX_T$  = Wechselkurs JPY/USD am Stichtag

Da diese Formel nur zur Anwendung kommt, wenn  $FX_T < 116,50$  ist, ergibt der Ausdruck „ $FX_T - 116,50$ “ immer einen negativen Wert. Das Auszahlungsmuster entspricht daher einer Verkaufsposition in einer Put Option auf einen USD mit einem Ausübungspreis von 116,50 JPY/USD. Auch hier ist zu beachten, dass der Yen als Basiswährung angesehen wird. Nach entsprechenden Umformungen ergibt sich für den Fall  $FX_T < 116,50$ :

$$100\% * \text{Nominalwert} * 116,50 * \min\left(\frac{1}{116,50} - \frac{1}{FX_T}; 0\right)$$

Die Berechnungsformel lässt sich also durch den Verkauf einer Call Option auf einen Yen darstellen. Auch hier muss der Wert der Option noch mit „100% \* Nominalwert \* 116,5“ multipliziert werden, um das Auszahlungsmuster der Anleihe nachzubilden.

Da der Wert der Anleihe nicht negativ werden kann, muss bei der Nachbildung des Tilgungsbetrages auch dieser „Floor“ berücksichtigt werden. Die Berechnungsformel, die zur Anwendung kommt, wenn der Referenzkurs unterhalb der unteren Wechselkursschranke liegt, wird bei einem Wechselkurs von 58,25 JPY/USD negativ. Grundsätzlich muss daher auch noch eine Kaufposition in einer Call Option auf JPY mit einem Ausübungspreis von 1/58,25 USD/JPY berücksichtigt werden. Der Wert der Option ist mit „100% \* Nominalwert \* 116,5“ zu multiplizieren.

Da die Option jedoch „far out of the money“ ist, geht ihr Wert in diesem Fall gegen Null.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Bandbreiten	=	+ Nullkuponanleihe(1) + Nullkuponanleihe(2)
Variable		+ $k_P$ *Put Option - $k_C$ *Call Option(1) +
Redemption Bond		$k_C$ *Call Option(2)

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

$$k_P = 100\% * \text{Nominalwert} * \left(\frac{1}{\text{Ausübungspreis Put Option}}\right)$$

$$k_C = 100\% * \text{Nominalwert} * \left(\frac{1}{\text{Ausübungspreis Call Option(1)}}\right)$$

Die Nullkuponanleihe(1) und (2) dienen zur Abbildung des fixen Kupons und der Tilgung von 100% des Nominalwertes.

Die Put Option und die Call Option(1) bilden die Teilnahme des Anleihegläubigers an der Wechselkursentwicklung ab. Durch die Call Option(2) wird die Untergrenze des Tilgungsbetrags berücksichtigt.

Bei einem Nominalwert von 100 USD lässt sich das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 104,42, Laufzeit 1 Jahr,
- Kauf von 13.150 Put Optionen auf einen JPY, Laufzeit 1 Jahr,  
Ausübungspreis  $\frac{1}{131,50}$  USD/JPY
- Verkauf von 11.650 Call Optionen auf einen JPY, Laufzeit 1 Jahr,  
Ausübungspreis  $\frac{1}{116,50}$  USD/JPY
- Kauf von 11.650 Call Optionen auf einen JPY, Laufzeit 1 Jahr,  
Ausübungspreis  $\frac{1}{58,25}$  USD/JPY

### 3.17.3 Bewertung

Die Nullkuponanleihe wird über den entsprechenden Kassazinssatz für USD bewertet.

Für die Bewertung von Europäischen Optionen auf Fremdwährungen vgl. Kapitel 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht .

## 3.18 Dual Currency Variable Redemption Bond

### 3.18.1 Allgemeine Beschreibung

Bei einem Dual Currency Variable Redemption Bond handelt es sich um eine fixverzinsliche Anleihe, deren Tilgungsbetrag von der Kursentwicklung zweier Referenzwährungen abhängt.

Abhängig von eventuell vereinbarten Untergrenzen für den Rückzahlungsbetrag liegt die Verzinsung der Anleihe mehr oder weniger unter dem Marktniveau.

**Beispiel:** Investment Guaranteed Market Linked Notes 1996-1999

Laufzeit	08.11.1996 bis 07.11.1999 (3 Jahre)
Gesamtnominalwert	EUR 1.454.000
Ausgabekurs	100 %
Basiswährung	EUR
Kupondaten	jährlich, erstmals am 8. November 1997
Verzinsung	2% p.a.
Tilgung	siehe unten
Stückelung	EUR 727

### Tilgung

Die Tilgung erfolgt am 8. November 1999 nach folgender Formel

$$T = 100 + S$$

$$S = \frac{P}{100} * \frac{A + (-B)}{2}$$

$$A = \frac{\text{Kurs des USD in EUR vom 3.11.1999} - \text{Kurs des USD in EUR vom 6.11.1996}}{\text{Kurs des USD in EUR vom 6.11.1996}}$$

Sollte sich aus obiger Formel ein negativer Wert ergeben, ist A gleich Null.

$$B = \frac{\text{Kurs des SFR in EUR vom 3.11.1999} - \text{Kurs des SFR in EUR vom 6.11.1996}}{\text{Kurs des SFR in EUR vom 6.11.1996}}$$

Sollte sich aus obiger Formel ein positiver Wert ergeben, ist B gleich Null.

wobei:

T = Rückzahlungskurs in % des Nominalwertes

P = Partizipationsfaktor in Höhe von 100

Der Mindestrückzahlungskurs beträgt 100% des Nominalwertes.

### 3.18.2 Zerlegung

Da beide Komponenten für die Ermittlung des Tilgungskurses eine eigene Untergrenze besitzen, kann die Formel für die Berechnung des Rückzahlungsbetrages in zwei getrennte Komponenten aufgespalten werden.

$$S = P * \frac{A + (-B)}{2} = \frac{P * A}{2} + \frac{P * (-B)}{2}$$

$$A = \frac{1}{S_0} \max(0; S_T - S_0) \text{ und}$$

$$-B = \frac{-1}{S_0} \min(0; S_T - S_0) = \frac{1}{S_0} \max(0; S_0 - S_T)$$

wobei

$S_0$  = Wechselkurs bei Begebung der Anleihe

$S_T$  = Wechselkurs am Tilgungstag

Für die Bewertung kann das Instrument daher in eine gewöhnliche Kuponanleihe sowie eine USD Call Option und eine SFR Put Option zerlegt werden. Beide Optionen haben dabei einen Ausübungspreis X in Höhe von  $S_0$ .

Zusammengefasst ergibt das:

$+ \text{ Dual Currency Variable}$ $+ \text{ Redemption Bond}$	=	$+ \text{ Kuponanleihe}$ $+ k_1 * \text{Call Option}$ $+ k_2 * \text{Put Option}$
---	---	---

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

$k_1, k_2$  Multiplikatoren

Bei einem Nominalwert von 100 EUR lässt sich das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 3 Jahre, Nominalzinssatz von 2%
- Kauf von  $k_1$  Call Optionen auf 1 USD, Ausübungspreis  $S_0$  EUR/USD, Laufzeit 3 Jahre

- Kauf von  $k_2$  Put Optionen auf 1 SFR, Ausübungspreis  $S_0$  EUR/SFR, Laufzeit 3 Jahre

wobei:

$S_0$  = Wechselkurs EUR/USD bzw. EUR/SFR bei Begebung der Anleihe

$$k_1 = \text{Nominalwert} * P * \frac{1}{S_0^{\text{USD}}} * \frac{1}{2}, \quad k_2 = \text{Nominalwert} * P * \frac{1}{S_0^{\text{SFR}}} * \frac{1}{2}$$

### 3.18.3 Bewertung

Die Kuponanleihe kann mit dem Kassakurs bewertet werden.

Die Bewertung von Europäischen Optionen wurde in Kapitel 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht beschrieben.

## 3.19 Knock out/Knock in Variable Redemption Bonds

### 3.19.1 Allgemeine Beschreibung

Knock out/Knock in Variable Redemption Bonds zahlen einen fixen Kupon während der Laufzeit. Zusätzlich hat der Inhaber der Anleihe die Möglichkeit, an der Wertsteigerung einer Referenzwährung gegenüber der Basiswährung teilzunehmen.

Üblicherweise beziehen sich die Ausdrücke „Knock out/ Knock in“ bei Finanzinstrumenten auf einen Zeitraum. Im folgenden Beispiel handelt es sich jedoch um stichtagsbezogene Werte.

Bei Knock out Anleihen nimmt der Käufer des Instruments an der Wertsteigerung teil, wenn der Wechselkurs am Fälligkeitstag unter einer zuvor festgelegten Grenze bleibt. Überschreitet der Wechselkurs am Tilgungstag diese Grenze, beträgt der Tilgungskurs nur 100%.

Bei Knock in Anleihen werden grundsätzlich 100% des Nominalwertes zurückbezahlt. Überschreitet der Wechselkurs am Tilgungstag eine bestimmte Schranke, so nimmt der Inhaber der Anleihe zusätzlich an der Wertsteigerung der Referenzwährung teil.

**Beispiel:** Knock out FX-linked Note - 1% EUR/USD Optionsanleihe 95/1

Laufzeit	14.03.1995 bis 26.03.1996 (1 Jahr)
Ausgabekurs	100%
Basiswährung	EUR
Kupondaten	am Ende der Laufzeit
Verzinsung	1% p.a.
Tilgung	siehe unten
Stückelung	EUR 51,13

### Tilgung

Der Tilgungskurs beträgt 100% plus 110% vom Anstieg des USD gegenüber dem EUR im Zeitraum vom 10. März 1995 bis 18. März 1996, wenn EUR/USD am 18. März maximal EUR/USD 0,7925 erreicht.

$$\text{Tilgungskurs} = 100\% + 110\% * \left( \frac{S_T - S_0}{S_0} \right), \text{ wenn } S_T \leq 0,7925 \text{ EUR/USD}$$

### 3.19.2 Zerlegung

Der garantierte Tilgungsbetrag von 100% und der fixe Kupon können als gewöhnliche Kuponanleihe bewertet werden.

Der mögliche höhere Tilgungsbetrag kann durch ein Portfolio von Optionen repliziert werden. Der Wert dieses Portfolios muss gegebenenfalls mit dem entsprechenden Partizipationsfaktor  $k$  multipliziert werden. Im obigen Beispiel ergibt sich  $k = 1,1/S_0$ .

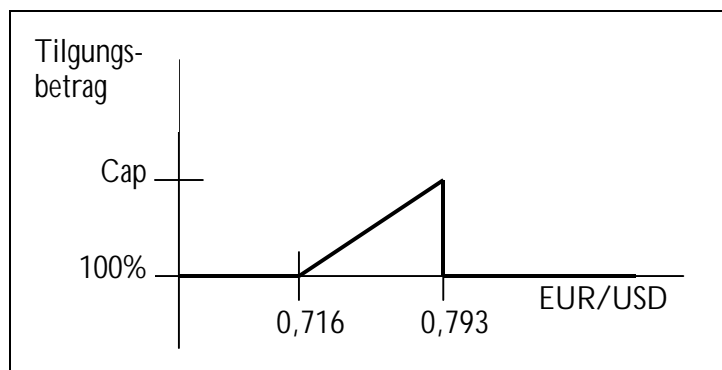


Abbildung 3.8: Auszahlungsmuster der Tilgung einer Knock out Anleihe

Das Auszahlungsmuster der Knock out Anleihe entspricht einem Portfolio aus einer Capped Call Option und dem Verkauf einer Digitalen Call Option. Der Capped Call setzt sich wiederum aus einer Kaufposition in einer Call Option mit niedrigem Ausübungspreis, und einer Verkaufsposition in einer Call Option mit einem höheren Ausübungspreis zusammen. Da sich die Zahlungsströme der beiden Optionen bei Erreichen des höheren Ausübungspreises ausgleichen, erhält der Inhaber dieses Portfolios maximal einen Betrag in Höhe der Differenz zwischen dem oberen und dem unteren Ausübungspreis.

Da bei einer Knock out Anleihe der zusätzliche Tilgungsbetrag auf Null sinkt, muss das Portfolio um eine Verkaufsposition in einer Digitalen Call Option, die bei Überschreiten der oberen Grenze einen Betrag in Höhe des Cap zahlt, ergänzt werden.

Im Gegensatz zum obigen Beispiel erhöht sich bei einer Knock in Anleihe der Tilgungskurs erst, wenn der Wechselkurs zum Stichtag einen bestimmten Kurs überschreitet. Daher ergibt sich folgendes Auszahlungsmuster:

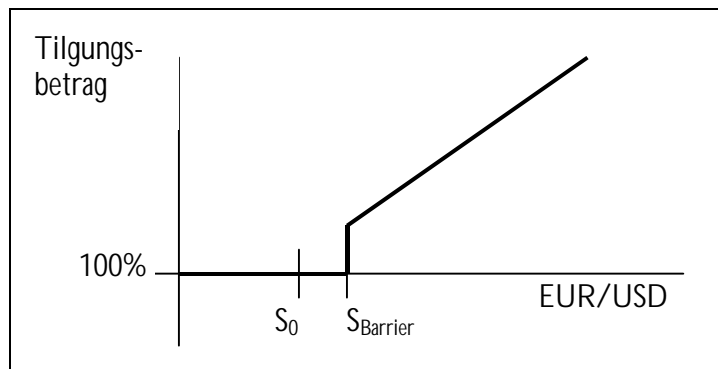


Abbildung 3.9: Auszahlungsmuster der Tilgung einer Knock in Anleihe

Das Auszahlungsmuster einer Knock in Anleihe lässt sich replizieren durch den Kauf einer Call Option mit einem Ausübungspreis in Höhe der vereinbarten Wechselkursschranke  $S_{\text{Barrier}}$  und den Kauf einer Digitalen Call Option, die bei Erreichen der Wechselkursschranke  $S_{\text{Barrier}}$  einen Betrag in Höhe der Differenz zwischen  $S_{\text{Barrier}}$  und dem Kurs am Ausgabebetrag  $S_0$  zahlt.

Zusammengefasst ergibt das:

$$\begin{array}{l}
 + \text{ Knock out Variable} \\
 \text{Redemption Bond}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 + \text{ Kuponanleihe} + k \cdot \text{Call Option(1)} \\
 - k \cdot \text{Call Option(2)} - k \cdot \text{Digitale Call} \\
 \text{Option}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 + \text{ Knock in Variable} \\
 \text{Redemption Bond}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 + \text{ Kuponanleihe} + k \cdot \text{Call Option(2)} \\
 + k \cdot \text{Digitale Call Option}
 \end{array}$$

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

k = Multiplikator

Der Ausübungspreis der Call Option(1) entspricht dem Wechselkurs bei Begebung der Anleihe.

Der Ausübungspreis der Call Option(2) entspricht der Wechselkursschranke.

Die Digitale Call Option zahlt bei Überschreiten der Grenze einen Betrag in Höhe der Differenz zwischen der Wechselkursschranke und dem Wechselkurs zum Ausgabezeitpunkt.

Bei einem Nominalwert von 51,13 EUR lässt sich das Instrument replizieren durch:

- Kauf einer Kuponanleihe, Nominalwert 51,13, Laufzeit 1 Jahr, Nominalzinssatz 1%
- Kauf von  $k$  Call Optionen auf einen USD, Ausübungspreis 0,7158 EUR/USD, Laufzeit 1 Jahr
- Verkauf von  $k$  Call Optionen auf einen USD, Ausübungspreis 0,7925 EUR/USD, Laufzeit 1 Jahr
- Verkauf von  $k$  Digitalen Call Optionen, die bei Überschreiten der Grenze von 0,7925 EUR/USD einen Betrag von 0,0767 zahlen.

wobei:  $k = \text{Nominalwert} \cdot \frac{\text{Partizipationsfaktor}}{S_0} = 100 \cdot \frac{110\%}{0,7158}$

### 3.19.3 Bewertung

Die Bewertung der Kuponanleihe erfolgt über den Kassazinssatz.

Geschlossene Formeln für die Bewertung von Call Optionen auf eine Fremdwährung wurden in Kapitel 3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht beschrieben.

Für die Bewertung von Digitalen Optionen vgl. Kapitel 3.8 Digital Deposit mit Kündigungsoption.

## 3.20 FX-linked Zero-coupon Bond with Cap

### 3.20.1 Allgemeine Beschreibung

Ein FX-linked Zero zahlt ebenso wie eine gewöhnliche Nullkuponanleihe während der Laufzeit keine Kupons aus. Im Gegensatz zum Standardfall wird der Nominalwert jedoch nicht bei der Begebung mit einem fixen Zinssatz diskontiert, sondern der Rückzahlungsbetrag entsprechend höher angesetzt. Der endgültige Tilgungskurs hängt von der Entwicklung eines Wechselkurses bis zur Fälligkeit der Anleihe ab. Häufig errechnet er sich mittels des in Prozent ausgedrückten Kursverlusts bzw. Kursgewinns.

Eventuell vereinbarte Ober- und/oder Untergrenzen für den Tilgungsbetrag verhindern extreme Ausgangssituationen.

**Beispiel:** Zero Coupon Notes due 16 July 1996

Laufzeit	16.01.1996 bis 16.07.1996 (6 Monate)
Gesamtnominalwert	USD 12.200.000
Ausgabekurs	100,50 %
Basiswährung	USD
Tilgung	siehe unten
Stückelung	USD 5.000

### Tilgung:

Der Tilgungskurs (in Prozent) errechnet sich nach folgender Formel:

$$T = 100\% + 100\% * \left( \frac{FX_T - 102}{FX_T} \right) * 1,50$$

wobei:

$FX_T$  = Wechselkurs JPY/USD am 12. Juli 1996

Der Tilgungskurs beträgt mindestens 100% und maximal 110,43% vom Nominalwert.

### 3.20.2 Zerlegung

Das Produkt kann für die Bewertung in eine gewöhnliche Nullkuponanleihe und einen Capped Call zerlegt werden.

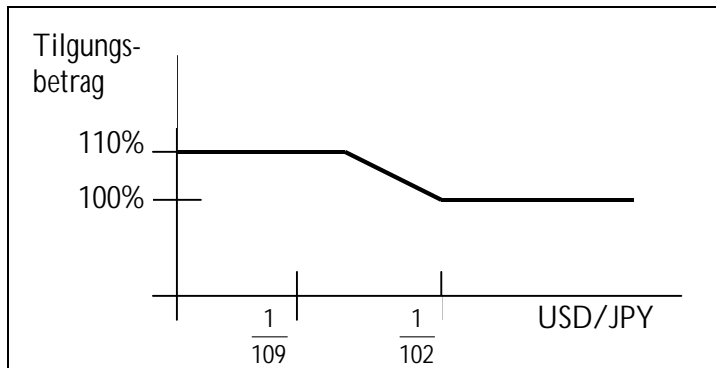


Abbildung 3.10: Auszahlungsmuster der Tilgung eines FX-linked Zero mit Cap

Da der Tilgungsbetrag nach unten mit 100% begrenzt ist, entspricht der Ausdruck „ $FX_T - 102$ “ aus der Formel für die Berechnung des Tilgungskurses einer Call Option auf einen USD mit einem Ausübungspreis von 102 JPY/USD. Zu beachten ist jedoch, dass bei obiger Schreibweise der Yen als Basiswährung angesehen wird.

Eine Call Option auf eine Währung kann jedoch immer auch als Put Option auf die andere Währung angesehen werden. Ausgehend von dieser Tatsache, kann man folgende Umformungen vornehmen:

$$\begin{aligned} \frac{150\%}{FX_T} * \max(FX_T - 102; 0) &= \frac{150\%}{FX_T} * 102 * \max\left(\frac{FX_T}{102} - 1; 0\right) = \\ &= \frac{150\%}{FX_T} * 102 * FX_T * \max\left(\frac{1}{102} - \frac{1}{FX_T}; 0\right) = 150\% * 102 * \max\left(\frac{1}{102} - \frac{1}{FX_T}; 0\right) \end{aligned}$$

Die Berechnungsformel kann also auch als Put Option auf den Yen gesehen werden. Zur Replizierung des Auszahlungsmusters der Anleihe muss der Wert dieser Option noch mit „150% \* 102 \* Nominalwert“ multipliziert werden.

Die Obergrenze des Tilgungsbetrages (Cap) kann durch den Verkauf einer Call Option auf den USD mit einem Ausübungspreis von 109,62 JPY/USD repliziert werden. Der Ausübungspreis der Option wird dabei durch eine einfache Rückrechnung ermittelt. Nach analogen Umformungen wie oben ergibt sich folgende Berechnungsformel für die Berücksichtigung der Obergrenze:

$$-150\% * 102 * \min\left(\frac{1}{109,62} - \frac{1}{FX_T}; 0\right)$$

Dies entspricht dem Verkauf einer Put Option auf JPY. Auch hier muss der Wert der Put Option noch mit „150% \* 102 \* Nominalwert“ multipliziert werden, um das Auszahlungsmuster der Anleihe zu replizieren.

Zusammengefasst ergibt das:

$\begin{array}{l} + \text{ FX-linked Zero} \\ \text{mit Cap} \end{array} = \begin{array}{l} + \text{ Nullkuponanleihe} \\ - k * \text{ Put Option(2)} \end{array} + k * \text{ Put Option(1)}$
--

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

– = Verkauf dieser Position (Shortposition)

k = Multiplikator

Bei einem Nominalwert von 100 USD lässt sich das Instrument replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 100, Laufzeit 6 Monate
- Kauf von k Put Optionen auf einen JPY, Ausübungspreis  $\frac{1}{102}$  USD/JPY  
Laufzeit 6 Monate
- Verkauf von k Put Optionen auf einen JPY, Ausübungspreis  $\frac{1}{109,62}$  USD/JPY  
Laufzeit 6 Monate

wobei:  $k = 150\% * 102 * \text{Nominalwert}$

### 3.20.3 Bewertung

Die Bewertung der Kuponanleihe erfolgt über den Kassazinssatz.

Für die Bewertung von europäischen Optionen auf Fremdwährungen vgl. Kapitel

3.4 Dual Redemption Bond – Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht .

## 3.21 Kumulierter FX-linked Zero-coupon Bond mit Call Option

### 3.21.1 Allgemeine Beschreibung

Ein FX-linked Zero zahlt ebenso wie eine gewöhnliche Nullkuponanleihe während der Laufzeit keine Kupons aus. Im Gegensatz zum Standardfall wird der Nominalwert jedoch nicht bei der Begebung mit einem fixen Zinssatz diskontiert, sondern jährlich um einen vom Wechselkurs abhängigen Betrag - unter Berücksichtigung von Zinseszinsen - aufgestockt.

**Beispiel:** Kündbarer EURO/CHF linked Zero

Laufzeit	06.08.1999 bis 06.08.2029 (30 Jahre)
Gesamtnominalwert	11.000.000 EUR
Ausgabekurs	100%
Kupons	Keine
Kündigungsrecht	jährlich am 6. August, erstmals am 06.08.2002 zu einem Kurs von $\text{Anfangsbetrag} * \prod_{i=1}^n (1 + \text{Rendite}_i)$
Tilgung	$\text{Anfangsbetrag} * \prod_{i=1}^{30} (1 + \text{Rendite}_i)$
Stückelung	EUR 500.000

wobei

$n$  = Rückzahlungszeitpunkt,  $n = 3 \dots 30$

$\text{Rendite}_i$  = Rendite für das Jahr  $i$

Die Rendite für das jeweilige Jahr berechnet sich wie folgt:

Rendite für das Jahr 1 bis 3: 9,25% fix

Rendite für das Jahr 4 bis 30:  $(0,6864 \text{ EUR/CHF minus FX}) * 100$ , mindestens jedoch 4%, maximal 9,25%.

### 3.21.2 Zerlegung

Das Instrument läßt sich zunächst in einen Teil mit fix vereinbarter Rendite und mit variabler Rendite zerlegen. Jener Tilgungsbetrag, der sich durch die fixe

Rendite der Jahre 1 bis 3 ergibt, entspricht einer Nullkuponanleihe mit einem Nominalwert von  $100 \cdot (1,925)^3$  und einer Laufzeit von 30 Jahren.

Die Rendite für die Jahre 4 bis 30 wird auf Basis des Wechselkurses EUR/CHF ermittelt und jährlich dem Kapital zugeschlagen. Die Berechnung der jährlichen Rendite im obigen Beispiel erfolgt grundsätzlich nach folgender Formel:  $0,6864 \text{ EUR/CHF} - \text{FX}$ .

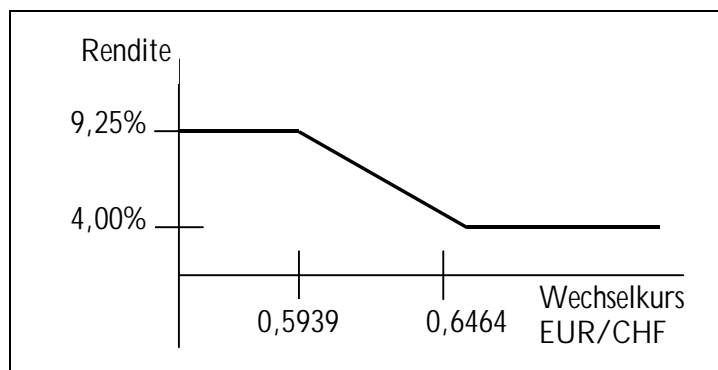


Abbildung 3.11.: jährliche Rendite ab dem 4. Jahr

Während im Jahr 4 dieses Zahlungsprofil durch den Kauf einer Call Option und den Verkauf einer Put Option repliziert werden kann, ist dies ab dem 5. Jahr wegen der Kapitalisierung der variablen Rendite nicht mehr möglich.

Die vorzeitige Rückzahlungsoption des Emittenten entspricht einer Verkaufsposition in einer Bermuda Call Option auf die gesamte Anleihe.

### 3.21.3 Bewertung

Da das Produkt nicht mit einfachen Bestandteilen repliziert werden kann, muß die Bewertung mit numerischen Verfahren erfolgen.

## 3.22 Asian FX-linked Zero-coupon Bond/ Asiatische FX-linked Nullkuponanleihe

### 3.22.1 Allgemeine Beschreibung

Bei einem Asian FX-linked Zero-coupon-bond hängt der Tilgungskurs vom durchschnittlichen Kursanstieg einer Referenzwährung ab. Der Durchschnitt wird in regelmäßigen Zeitabschnitten, z.B. monatlich oder halbjährlich, berechnet. Die Höhe der am Ende der Laufzeit ausbezahlten Verzinsung bestimmt sich bei einer Partizipationsrate P im Allgemeinen nach folgender Formel:

$$\text{Verzinsung} = \sum_{t=1}^T P * \max\left(\frac{S_{\text{Durchschnitt},t} - S_{t-1}}{S_{t-1}}\right)$$

Die Häufigkeit der Kursfeststellungstage hängt von der individuellen Vereinbarung ab. Durchschnittskurse werden meist auf Basis von täglichen, wöchentlichen oder monatlichen Werten berechnet.

Asiatische Optionen bergen ein geringeres Risiko, da der Wert des Basisobjekts nicht an einem bestimmten Zeitpunkt gemessen, sondern über einen längeren Zeitraum beobachtet wird.

Natürlich können auch Asiatische FX-linked Nullkuponanleihen mit Ober- oder Untergrenzen für den Tilgungskurs ausgestattet sein, um das Risiko weiter zu verringern.

**Beispiel:** Asian FX-linked Zero-coupon Bond 1995-1997

Laufzeit	25.10.1995 bis 08.05.1997
Gesamtnominalwert	EUR 21.801.850
Ausgabekurs	100%
Kupons	Keine
Tilgung	siehe unten
Stückelung	EUR 727

## Tilgung

Der Tilgungskurs T (ausgedrückt in Prozent) errechnet sich wie folgt:

$$T = 100 + \frac{P \cdot A}{100} \quad \text{und} \quad A = \frac{S_D - S_0}{S_0} \cdot 100$$

wobei:

P = Partizipationsfaktor in Höhe von 50

$S_0$  = Wechselkurs EUR/USD am 23.10.1995

$S_D$  = arithmetisches Mittel aus den täglich fixierten Devisenmittelkursen EUR/USD vom 1. bis 30.4.1997

Der Mindestrückzahlungskurs beträgt 102%.

### 3.22.2 Zerlegung

Das Instrument aus dem Beispiel kann für die Bewertung in eine gewöhnliche Nullkuponanleihe und eine Asiatische Option zerlegt werden.

Asiatische Call Optionen zahlen bei Fälligkeit einen Betrag in Höhe der Differenz zwischen dem Durchschnittskurs der Referenzwährung und dem vereinbarten Ausübungspreis. Der Durchschnittskurs kann dabei als geometrisches oder als arithmetisches Mittel berechnet werden.

Wird eine Untergrenze (Floor) für den Tilgungsbetrag vereinbart, kann der Mindestrückzahlungsbetrag als Nominalwert der Nullkuponanleihe gesehen werden. Der Ausübungspreis der Asiatischen Call Option muss dann entsprechend erhöht werden, sodass eine Auszahlung erst erfolgt, wenn die garantierte Verzinsung überschritten wird.

Eventuell vereinbarte Obergrenzen (Cap) für den Tilgungsbetrag können durch den Verkauf einer Asiatische Call Option repliziert werden.

Zusammengefasst ergibt das:

+ Asiatische FX-linked Nullkuponanleihe	=	+ Nullkuponanleihe + k*Asiatische Option
+ Cap	=	- k*Call Option

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

- = Verkauf dieser Position (Shortposition)

k = Multiplikator

Um bei dem Instrument aus dem Beispiel den Mindestrückzahlungskurs von 102 zu berücksichtigen, muss der Ausübungspreis gleich  $S_0 * 1,04$  gesetzt werden. Dies ergibt sich aus folgenden Umformungen:

$$\text{Mindestverzinsung} = 2\% \Rightarrow 2 = P * A = 50 * \frac{S_D - S_0}{S_0} \Rightarrow S_D = 1,04 * S_0$$

Bei einem Nominalwert von 100 EUR lässt sich das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 102, Laufzeit 1,5 Jahre
- Kauf von k Asiatischen Optionen, Laufzeit 1,5 Jahre, Basis: arithmetisches Mittel des Kurses von  $t = 1,4$  bis  $t = 1,5$ , Ausübungspreis in Höhe von  $S_0 * 1,04$ , Nominalwert 1 USD

wobei:  $k = \text{Nominalwert} * \frac{P}{S_0} = 100 * \frac{50\%}{S_0}$

$S_0 =$  Wechselkurs EUR/USD bei Begebung der Anleihe

### 3.22.3 Bewertung

Die Nullkuponanleihe wird über den Kassazinssatz bewertet.

Asiatische Anleihen, deren Verzinsung vom arithmetischen Durchschnitt des Basispreises abhängt, können nur mittels numerischer Verfahren oder mit Hilfe analytischer Approximationen bewertet werden, weil der arithmetische

Durchschnitt  $\left( \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \right)$  eines log-normalverteilten Kurses nicht log-normalverteilt ist.<sup>2</sup>

Die Annahme einer log-normalen Verteilung liefert jedoch eine gute Approximation für den Wert der Optionen. Für diese Näherung berechnet man zunächst die ersten beiden risikoneutralen Momente der Wahrscheinlichkeitsverteilung des arithmetischen Durchschnitts und nimmt an, dass diese Verteilung lognormal verteilt ist.

<sup>2</sup> vgl. John C. Hull, Options, Futures & Other Derivatives, 4. Auflage, 2000, S. 467 f. und E.G. Haug „The Complete Guide To Option Pricing Formulas“, McGraw-Hill, 1997, S. 101 f. Asiatische Optionen, deren Zahlungen auf Basis eines geometrischen Durchschnitts  $(x_1 \dots x_n)^{1/n}$  ermittelt werden, können mittels geschlossener Formeln bewertet werden. Geht man davon aus, dass der Wert des Basisobjekts zu einem bestimmten Zeitpunkt t log-normalverteilt ist, dann ist auch der geometrische Durchschnitt log-normalverteilt. Diese Optionen können wie Standard Optionen bewertet werden, wenn man die Volatilität gleich  $\sigma / \sqrt{3}$  und den risikolosen Zinssatz der Fremdwährung  $r_f$  gleich

$$\frac{1}{2} \left( r + r_f + \frac{\sigma^2}{6} \right)$$

setzt.

Mit folgender Formel nach Turnbull and Wakeman kann der Wert einer geometrischen Asiatischen Option näherungsweise bestimmt werden<sup>3</sup>.

$$c = Se^{(b_A - r)T_2} N(d_1) - Xe^{-rT_2} N(d_2)$$

Formel 3.7: Preis einer geometrischen Asiatischen Call Option

$$p = Xe^{-rT_2} N(-d_2) - Se^{(b_A - r)T_2} N(-d_1)$$

Formel 3.8: Preis einer geometrischen Asiatischen Put Option

wobei:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (b_A + \sigma_A^2/2)T_2}{\sigma_A \sqrt{T_2}} \quad \text{und} \quad d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T_A}$$

$$b_A = \frac{\ln(M_1)}{T} \quad \text{und} \quad \sigma_A^2 = \frac{\ln(M_2)}{T} - 2b_A$$

$$M_1 = \frac{e^{bT} - e^{b\tau}}{bT - \tau}$$

$$M_2 = \frac{2e^{[2b+\sigma^2]T}}{(b+\sigma^2)(2b+\sigma^2)(T-\tau)^2} + \frac{2e^{(2b+\sigma^2)\tau}}{b(T-\tau)^2} \left[ \frac{1}{2b+\sigma^2} - \frac{e^{b(T-\tau)}}{b+\sigma^2} \right]$$

und

$$b = r - r_f$$

mit

$S_0$	aktueller Wechselkurs (der Wert einer Einheit der Fremdwährung, gemessen in der Basiswährung)
$X$	Ausungspreis
$r$	risikoloser Zinssatz in der Basiswährung
$r_f$	risikoloser Zinssatz in der Fremdwährung
$T$	Laufzeit der Option, d.h. Jahre bis zum Ausungszeitpunkt
$T_2$	Restlaufzeit
$\tau$	Zeit bis zum Beginn der Beobachtungsperiode
$\sigma$	Volatilität
$N(x)$	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle $x$

<sup>3</sup> vgl. E.G. Haug „The Complete Guide To Option Pricing Formulas“, McGraw-Hill, 1997, S. 97 ff.

## 3.23 Währungskorb-Anleihen mit Cap und Floor

### 3.23.1 Allgemeine Beschreibung

Währungskorb-Anleihen sind Nullkuponanleihen, deren Tilgungsbetrag fiktiv in mehreren Währungen zurückbezahlt wird. Dabei wird der Rückzahlungsbetrag gleichmäßig auf die Referenzwährungen verteilt und mit deren Wechselkurs am Tilgungstag multipliziert.

Die vereinbarten Ober- und Untergrenzen gelten in der Regel für den gesamten Rückzahlungsbetrag, nicht für die einzelnen Währungen.

#### Beispiel: Quattro Anleihe

Laufzeit	22.10.1997 bis 21.04.2002 (4,5 Jahre)
Gesamtnominalwert	EUR 14.534.567
Basiswährung	EUR
Kupons	Keine
Tilgung	22. April 2002
Tilgungskurs	siehe unten
Stückelung	EUR 726,73

### Tilgung

Zur Ermittlung des Tilgungskurses werden jeweils 25% einer Bankschuldverschreibung in Euro (EUR), schwedische Krone (SEK), britisches Pfund (GBP) und norwegische Krone (NOK) zum amtlichen Devisenbriefkurs an der Wiener Börse vom 20. Oktober 1997 umgerechnet. Die so festgelegten Währungsbeträge werden mit dem Rückzahlungsfaktor von 1,2631 multipliziert und die sich daraus ergebenden Währungsbeträge zum amtlichen Devisenmittelkurs an der Wiener Börse vom 18. April 2002 in Euro umgerechnet.

Der Rückzahlungskurs beträgt mindestens 110% jedoch maximal 139%.

### 3.23.2 Zerlegung

Der Tilgungsbetrag der Quattro Anleihe hängt von einem Portfolio von Währungen ab, deren Entwicklung nicht unabhängig von einander betrachtet werden kann. Da die Verzinsung des Kapitals von der gemeinsamen Entwicklung der verschiedenen Währungen abhängt und die Ober- und Untergrenze für den Wert des gesamten Portfolios fixiert wurde, kann das Instrument nur mittels Korboptionen (Basket Options) bewertet werden.

Die Formel zur Ermittlung des Ertrags auf das eingesetzte Kapital kann wie folgt umgeformt werden:

$$r = \max(\min(0,25 * 1,2631 * (1 + r(\text{SEK}) + r(\text{GBP}) + r(\text{NOK})), 1,39), 1,1) \Rightarrow$$

$$r = \frac{1,2631}{4} +$$

$$+ \frac{1,2631 * 3}{4} * \max\left(\min\left(\frac{r(\text{SEK})}{3} + \frac{r(\text{GBP})}{3} + \frac{r(\text{NOK})}{3}; \frac{1,39 * 4}{1,2631 * 3} - \frac{1}{3}\right); \frac{1,1 * 4}{1,2631 * 3} - \frac{1}{3}\right)$$

Die Tilgung der Anleihe erfolgt am Ende der Laufzeit zu einem Kurs von mindestens 110%. Dieser Mindestrückzahlungsbetrag kann als Nullkuponanleihe mit einem Nominalwert von 110% des Nennwerts der Anleihe repliziert werden. Sofern sich die Wechselkurse für den Inhaber des Instruments günstig entwickeln, nimmt er in weitere Folge an der Kurssteigerung der drei Referenzwährungen teil. Dieses Auszahlungsmuster entspricht einer Call Option auf den Währungskorb mit einem Ausübungspreis von  $\frac{1,1 * 4}{1,2631 * 3} - \frac{1}{3} = 0,828$ . Der

Währungskorb als Underlying dieser Option ist mit einem Ausgangswert von 1 standardisiert; der Wert zum Zeitpunkt T ergibt sich durch die Formel  $1 + \frac{1}{3}(r_{\text{SEK}} + r_{\text{GBP}} + r_{\text{NOK}})$  als das arithmetische Mittel der Wechselkursänderungen der Komponenten des Währungskorbes.

Die Obergrenze des Tilgungskurses von 139% begrenzt den Ertrag aus dem Call auf den Währungskorb. Dieser Cap entspricht dem Verkauf einer Call Option auf den Währungskorb mit einem Ausübungspreis von  $\frac{1,39 * 4}{1,2631 * 3} - \frac{1}{3} = 1,134$ .

Zusammengefasst ergibt das:

+ Währungskorb-Anleihe mit Cap und Floor	=	+ Nullkuponanleihe + k*Basket Call Option(1) – k*Basket Call Option(2)
---	---	--

wobei

+ = Kauf dieser Position (Longposition)

– = Verkauf dieser Position (Shortposition)

k = Anzahl der Optionen

Der Nominalwert der Nullkuponanleihe entspricht dem Mindestrückzahlungsbetrag.

Bei einem Nominalwert von 100 EUR lässt sich das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Nominalwert 110, Laufzeit 4,5 Jahre
- Kauf von  $k$  Call Optionen auf einen Währungskorb auf je  $\frac{1}{3}$  SEK, GBP und NOK, Ausübungspreis 0,828, Laufzeit 4,5 Jahre
- Verkauf von  $k$  Call Optionen auf einen Währungskorb auf je  $\frac{1}{3}$  SEK, GBP und NOK, Ausübungspreis 1,134, Laufzeit 4,5 Jahre

wobei:  $k = \frac{3 * 1,2631}{4} * 100$

### 3.23.3 Bewertung

Die Nullkuponanleihen werden über den Kassazinssatz bewertet.

Bei Optionen auf Währungskörbe besteht das Problem, dass die Summe (oder der Durchschnitt) von lognormal verteilten Zeitreihen selbst nicht lognormal verteilt ist. Basket Optionen können mittels Monte Carlo Simulation bewertet werden, indem man korrelierte Brownsche Bewegungen annimmt.

## ANHANG

### Übersicht Produktzerlegung

In der folgenden Tabelle werden die strukturierten Produkte kurz beschrieben und verschiedene Bezeichnungen für das jeweilige Produkt aufgelistet. Die Zerlegung wird **aus Sicht eines Investors (Longposition)** schematisch dargestellt. Die genauere Beschreibung der Zerlegung findet man im entsprechenden Abschnitt des Handbuchs.

<b>Bezeichnung Englisch / Deutsch</b>	<b>Beschreibung Zerlegung</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Foreign Currency Bond</li> <li>• Fremdwährungsanleihe</li> </ul>	Kupon und Tilgung in Fremdwährung; <i>Zerlegung:</i> Serie von Nullkuponanleihen
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dual Currency Bond</li> </ul>	Kupon in Emissionswährung, Tilgung in Fremdwährung; <i>Zerlegung:</i> Serie von Nullkuponanleihen
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reverse Dual Currency Bond</li> </ul>	Kupon in Fremdwährung, Tilgung in Emissionswährung; <i>Zerlegung:</i> Serie von Nullkuponanleihen
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dual Redemption Bond (Obligation)</li> <li>• Currency Switch Obligation</li> <li>• Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht</li> </ul>	Kuponanleihe mit Option auf Rückzahlung in einer Fremdwährung <i>Zerlegung:</i> Kuponanleihe – Put Option
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Foreign Currency Dual Redemption Bond</li> <li>• Fremdwährungsanleihe mit Rückzahlungswahlrecht</li> </ul>	Kuponanleihe in Fremdwährung mit Rückzahlungsoption in EUR <i>Zerlegung:</i> Kuponanleihe – Put Option
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Step up/Step down Dual Redemption Bond</li> <li>• Step up/Step down Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht</li> </ul>	Step up/Step down Anleihe mit Rückzahlungswahlrecht <i>Zerlegung:</i> Serie von Nullkuponanleihen + Call Option
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Appearing Dual Redemption Bond</li> </ul>	Rückzahlungswahlrecht entsteht erst wenn Trigger berührt wird <i>Zerlegung:</i> Kuponanleihe – Put Option

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Callable/Puttable Digital Deposit</li> <li>• Digital Deposit mit Kündigungsoption</li> </ul>	<p>Kuponanleihe mit zwei verschiedenen Kupons (abhängig vom Wechselkurs) mit Kündigungsoption</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Serie von Digitalen Optionen – Call Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Digital Dual Redemption Bond</li> <li>• Digital Deposit mit Rückzahlungswahlrecht</li> </ul>	<p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Serie von Digitalen Optionen – Put Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mehrstufiges Digital Deposit mit Kündigungsoption</li> </ul>	<p>Kuponanleihe mit mehr als zwei verschiedenen Kupons (abhängig vom Wechselkurs) mit Kündigungsoption</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Serie von Digitalen Optionen – Bermuda Call Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• FX-linked Barrier Note</li> </ul>	<p>Höhere Verzinsung falls Referenzkurs während der Beobachtungsperiode unter/über einer bestimmten Grenzen bleibt</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Barrier Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• FX-Barrier Range</li> <li>• Range Protected Deposit</li> <li>• Corridor Note</li> </ul>	<p>Höhere Verzinsung falls Referenzkurs während der Beobachtungsperiode innerhalb bestimmter Grenzen bleibt</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Kombination von zwei Barrier Optionen</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kupon FX-linked Foreign Currency Bond mit Kündigungsoption</li> <li>• Verzinsung abhängig von FX</li> </ul>	<p>Fremdwährungsanleihe deren Verzinsung vom Referenzkurs abhängt</p> <p><b>Zerlegung:</b> Serie von Nullkuponanleihen + Call Option – Bermuda Call Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dual Currency Linked Bond</li> </ul>	<p>Kupon kann in zwei von der Basiswährung verschiedenen Fremdwährungen ausbezahlt werden</p> <p><b>Zerlegung:</b> Serie von Nullkuponanleihen – Serie von Exchange Options</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Triple Currency Linked Bond</li> </ul>	<p>Kupon kann in drei verschiedenen Fremdwährungen ausbezahlt werden</p> <p><b>Zerlegung:</b> Serie von Nullkuponanleihen – Put Option auf das Minimum von zwei Basisobjekten</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variable Redemption Bond</li> </ul>	<p>Kuponanleihe, deren Tilgungsbetrag vom Referenzkurs abhängt</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe – Forward + Call Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bandbreiten Variable Redemption Bond</li> </ul>	<p>Kuponanleihe deren Tilgungskurs davon abhängt, in welcher Bandbreite der Referenzkurs liegt</p> <p><b>Zerlegung:</b> Serie von Nullkuponanleihen + Put Option – Call Option(1) + Call Option(2)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dual Currency Variable Redemption Bond</li> </ul>	<p>Tilgungskurs abhängig von zwei Referenzwährungen</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Call Option + Put Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Knock out Variable Redemption Bond</li> </ul>	<p>Investor nimmt an Kurssteigerung teil, wenn der Kurs am Stichtag unter einer best. Grenze liegt</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Call Option(1) – Call Option(2) – Digitale Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Knock in Variable Redemption Bond</li> </ul>	<p>Investor nimmt an Kurssteigerung teil, wenn der Kurs am Stichtag unter einer best. Grenze liegt</p> <p><b>Zerlegung:</b> Kuponanleihe + Call Option + Digitale Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• FX-linked Zero with Cap</li> <li>• FX-linked Nullkuponanleihe mit Cap</li> </ul>	<p>Nullkuponanleihe deren Tilgung abhängig vom Referenzkurs am Laufzeitende ist</p> <p><b>Zerlegung:</b> Nullkuponanleihe + Put Option(1) – Put Option(2)</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kumulated FX-linked Zero with Call Option</li> <li>• Kumulierter FX-linked Zero mit Kündigungsoption</li> </ul>	<p>Nullkuponanleihe deren Tilgung abhängig vom Referenzkurs an mehreren Stichtagen ist</p> <p><b>Zerlegung:</b> nicht mit einfachen Bestandteilen replizierbar</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Asian FX-linked Zero-coupon Bond</li> </ul>	<p>Nullkuponanleihe deren Tilgungsbetrag abhängig vom Durchschnittskurs ist</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Asiatische FX-linked Nullkuponanleihe</li> </ul>	<p><i>Zerlegung:</i> Nullkuponanleihe + Asiatische Option</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• FX-linked Basket Bond mit Cap und Floor</li> </ul>	<p>Nullkuponanleihe, deren Tilgungsbetrag von mehreren Währungen abhängt</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Währungskorbanleihe</li> </ul>	<p><i>Zerlegung:</i> Nullkuponanleihe + Basket Option(1) – Basket Option(2)</p>

## Glossar

Amerikanische Option	Eine Option mit einem stetigen Ausübungsrecht über die gesamte Laufzeit (eine vorgegebene Periode).
Asiatische Option	Der Ausübungspreis wird nicht mit dem Kurs am Ausübungstag sondern mit einem Durchschnittswert über eine gewisse Periode verglichen.
Asset-or-Nothing Option	Call Option mit einem Payoff in Höhe des Preises des Underlyings, wenn dieser über dem Ausübungspreis liegt. Asset-or-Nothing Put Optionen werden häufig als Barrier Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Asset-or-Nothing Option	Put Option mit einem Payoff in Höhe des Preises des Underlyings, wenn dieser unter dem Ausübungspreis liegt. Asset-or-Nothing Put Optionen werden häufig als Barrier Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Aufstockungsrecht	Hier ist zu unterscheiden, ob der Emittent nur das Recht hat weitere Tranchen eines Instrumentes zu begeben oder zusätzlich das Recht hat diese neuen Instrumente den Investoren zu einem fixen Preis zu verkaufen, wobei die Investoren zum Kauf verpflichtet sind. Im ersten Fall werden einfach Emissionskosten gespart. Im zweiten Fall handelt es sich um eine Put Option des Emittenten.
Ausübungspreis Strike Price	Der Preis für den das Underlying bei Ausübung einer Option gekauft/verkauft werden kann.
Barrier Option	Barrier Optionen sind Optionen, deren Existenz davon abhängt, ob der Wert eines bestimmten Referenzobjekts eine vereinbarte Grenze über- oder unterschreitet. Der Käufer einer Barrier Option muss die Optionsprämie zu $t = 0$ bezahlen, er hat jedoch keine Garantie, dass das Recht auf Ausübung bis zum Ende der Laufzeit der Option überhaupt eintritt bzw. bestehen bleibt. Oft erhält der Inhaber der Option eine kleine Ausgleichszahlung, wenn er die Option nicht ausüben darf. Es lassen sich drei grundlegende Arten von Barrier Optionen unterscheiden:

Barrier Option	<p>1. „In“ Barriers</p> <p>In-Optionen müssen heute bezahlt werden, sie entstehen aber erst, wenn das Basisobjekt innerhalb der Laufzeit einen bestimmten Wert über- oder unterschreitet.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Down-and-in-Call (Put) Option: das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts entsteht erst, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze unterschreitet.</li> <li>- Up-and-in-Call (Put) Option: das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts entsteht erst, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze überschreitet.</li> </ul> <p>2. „Out“ Barriers</p> <p>Out Optionen hören auf zu existieren, wenn der Wert des Basisobjekts die vereinbarte Grenze über- oder unterschreitet.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Down-and-out Call (Put) Option: der Inhaber verliert das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze unterschreitet.</li> <li>- Up-and-out Call (Put) Option: der Inhaber verliert das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze überschreitet.</li> </ul> <p>3. Double Barriers</p> <p>Die Existenz einer Double Barrier Option hängt davon ab, ob der Wert des Basisobjekts innerhalb der zuvor vereinbarten Grenzen bleibt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Up-and-out-down-and-out Option</li> <li>- Up-and-in-down-and-in Option</li> </ul>
Bermuda Option	Eine Option mit mehreren diskreten Ausübungszeitpunkten.
Binäre (Binary) Option	<p>Überbegriff für</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cash-or-Nothing Optionen</li> <li>- Asset-or-Nothing Optionen</li> </ul>
Binäre Barrier Option	<p>Barrier Option, deren Payoff wie bei einer Binären Option gestaltet ist.</p> <p>Bei den "In" Barriers gibt es 2 Varianten:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- At hit: Auszahlung sofort, wenn die Grenze erreicht wird</li> <li>- At expiry: Auszahlung am Ende der Laufzeit</li> </ul>
Call Option	Das Recht das Underlying zu einem bestimmten Preis zu bestimmten Zeitpunkten zu kaufen.

Cash-Or-Nothing Option	Call	Option mit einem fixen Payoff, wenn der Preis des Underlyings über dem Ausübungspreis liegt. Cash-or-Nothing Optionen werden häufig als Barrier Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Cash-Or-Nothing Option	Put	Option mit einem fixen Payoff, wenn der Preis des Underlyings unter dem Ausübungspreis liegt. Cash-or-Nothing Optionen werden häufig als Barrier Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Digitale Option		Überbegriff für - Cash-or-Nothing Optionen - Asset-or-Nothing Optionen
Down-and-in Option		Option entsteht erst, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze unterschreitet (siehe Barrier Option)
Down-and-Out Option		Option verfällt, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze unterschreitet (siehe Barrier Option)
Europäische Option		Eine Option mit genau einem Ausübungszeitpunkt.
Forward Start Option		Der Ausübungspreis einer Forward Start Option wird erst während der Laufzeit (nach einer am Anfang festgesetzten Regel) fixiert.
Kündigungsrecht		Durch den Emittenten: Das Instrument kann vom Emittenten zu bestimmten Zeitpunkten zu fixierten Preisen zurückgekauft werden. Der Emittent hat also eine Call Option auf das Instrument. Durch den Investor: Der Investor kann zu bestimmten Zeitpunkten zu fixierten Preisen das Instrument dem Emittenten verkaufen. Der Investor hat eine Put Option auf das Instrument.
Put Option		Das Recht das Underlying zu einem bestimmten Preis zu bestimmten Zeitpunkten zu verkaufen.
Quanto Option		Option auf ein Underlying, das in einer Fremdwährung notiert mit festem Wechselkurs. Beispiel (Quanto Call Option): Call Option auf eine Aktie, die in USD notiert. Die Differenz zwischen Strike und Kurs am Verfallstag wird nicht in USD, sondern unabhängig vom USD/Euro Wechselkurs am Verfallstag im Verhältnis 1:1 in Euro ausgezahlt.

Ratchet Option	Folge von Forward Start Optionen
Underlying	Das einem Derivat zugrunde liegende Instrument
Up-and-in Option	Option entsteht erst, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze überschreitet (siehe Barrier Option)
Up-and-in-down-and-in Option	Option entsteht erst, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option entweder eine bestimmte Obergrenze über- oder eine gewisse Untergrenze unterschreitet (siehe Barrier Option)
Up-and-out Option	Option verfällt, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze überschreitet (siehe Barrier Option)
Up-and-out-down-and-out Option	Option verfällt, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option entweder eine bestimmte Obergrenze über- oder eine gewisse Untergrenze unterschreitet (siehe Barrier Option)

## Literatur zur Bewertung von Optionen

Eine gute Darstellung der Theorie der Optionsbewertung mit vielen konkreten Bewertungsformeln findet man in Tomas Björks "Arbitrage Theory in Continuous Time" (1998, Oxford University Press) und John C. Hulls "Options, Futures, and Other Derivatives" (4<sup>th</sup> edition, 2000, Prentice-Hall).

Espen Gaarder Haugs "The Complete Guide to Option Pricing Formulas" (1997, McGraw-Hill) ist eine sehr umfangreiche Sammlung von Bewertungsformeln. In Riccardo Rebonatos "Interest-Rate Option Models" (1997, Wiley) werden Techniken zur Bewertung von Zinsoptionen präsentiert.



**Medieninhaber (Verleger), Herausgeber und Hersteller:**

*Oesterreichische Nationalbank  
1090 Wien, Otto-Wagner-Platz 3*

**Für den Inhalt verantwortlich:**

*Günther Thonabauer, Sekretariat des Direktoriums/Öffentlichkeitsarbeit*

**Redaktion**

*Dagmar Elisabeth Schwab und Markus Lietz, Abteilung für Bankenanalyse und -revision  
1090 Wien, Otto-Wagner-Platz 3*

**Grafische Gestaltung:**

*Peter Buchegger, Sekretariat des Direktoriums/Öffentlichkeitsarbeit*

**Satz, Druck und Herstellung:**

*Oesterreichische Nationalbank, Hausdruckerei*

**Verlags- und Herstellungsort:**

*1090 Wien, Otto-Wagner-Platz 3*

**Rückfragen:**

*Oesterreichische Nationalbank  
Sekretariat des Direktoriums/Öffentlichkeitsarbeit  
Wien 9, Otto-Wagner-Platz 3  
Postanschrift: Postfach 61, A-1011 Wien  
Telefon: 01/404 20 DW 6666  
Telefax: 01/404 20 DW 6696*

**Nachbestellungen:**

*Oesterreichische Nationalbank  
Abteilung für Post- und Aktenwesen  
Wien 9, Otto-Wagner-Platz 3  
Postanschrift: Postfach 61, A-1011 Wien  
Telefon: 01/404 20 DW 2345  
Telefax: 01/404 20 DW 2398*

**Internet:**

*<http://www.oenb.at>*

**Papier:**

*Salzer Demeter, 100% chlorfrei gebleichter Zellstoff, säurefrei, ohne optische Aufheller*

*DVR 0031577*