Oesterreichische Nationalbank

Finanzinstrumente

Produkthandbuch Teil B

Aktien

Das vorliegende „Produkthandbuch Teil B – Aktien" ist der zweite Band einer dreiteiligen Publikationsserie der Oesterreichischen Nationalbank zum Thema strukturierte Kapitalmarktprodukte. Nachdem die Anzahl von Finanzprodukten mit immer komplexer werdenden Strukturen, deren Auszahlungen von den verschiedensten Faktoren abhängen können, in den vergangenen Jahren stark angewachsen ist, hat sich die Oesterreichische Nationalbank zur Publikation dieser Produkthandbuchreihe entschlossen.

Die nun vorliegenden Bände über „Zinsen" und „Aktien" werden im Frühjahr 2004 durch das „Produkthandbuch Teil C – Währungen" ergänzt, in dem Produkte behandelt werden, deren Auszahlungen durch die Veränderungen von Fremdwährungskursen geprägt werden.

Ziel unserer Publikationstätigkeit in diesem Bereich ist es, allen interessierten Marktteilnehmern Nachschlagewerke über die Bewertung und Zerlegung der in Österreich am häufigsten gehandelten strukturierten Anleiheprodukte zur Verfügung zu stellen.

Die gezeigten Methoden der Zerlegung sollen etwa für die Meldung der Zinsrisikostatistik oder im Zuge der Berechnung des Eigenmittelerfordernisses als Beispiele dienen, um dadurch im Prüfprozess zusätzliche Transparenz und Objektivität zu schaffen. Durch diese Vorgangsweise möchte die Oesterreichische Nationalbank das Vertrauen in den heimischen Finanzplatz stärken und insbesondere vor dem Hintergrund von Basel II zu dessen Stabilität und Wettbewerbsfähigkeit beitragen.

Die bereits erschienenen Produkthandbücher „Teil A – Zinsen" und „Teil B – Aktien" stehen, neben anderen interessanten Veröffentlichungen der Oesterreichischen Nationalbank, kostenlos im Internet unter www.oenb.at und www.basel2.oenb.co.at zum Download zur Verfügung.

Univ. Doz. Mag. Dr. Josef Christl
Mitglied des Direktoriums
der Oesterreichischen Nationalbank

INHALT

1 ALLGEMEINES

Unter strukturierten Produkten versteht man Finanzinstrumente, die aus einfachen Bausteinen (Anleihen, Aktien und Derivaten) zusammengesetzt sind. Meistens haben sie eine Gestalt, die oberflächlich betrachtet einer gewöhnlichen ("plain vanilla") Kuponanleihe ähnelt.

Strukturierte Produkte bestehen häufig aus periodischen "Zinszahlungen" und einer Tilgung am Ende der Laufzeit. Der wesentliche Unterschied zu Anleihen besteht in der Tatsache, dass die konkrete Höhe sowohl der Zinszahlungen als auch der Tilgung in teilweise sehr komplizierter Weise von der Entwicklung von Aktien, Indizes, Fremdwährungen oder von zukünftigen Zinssätzen abhängt.

Die Tatsache, dass strukturierte Produkte aus einfachen Bestandteilen bestehen, legt es nahe, sie für die Bewertung, die Beurteilung des Risikoprofils und etwaige Absicherungsstrategien in ihre Bestandteile zu zerlegen. Die Hoffnung dabei ist, dass die einzelnen Teile einfacher analysier- und bewertbar sind[1]. In vielen Fällen wird diese Hoffnung erfüllt. Oft muss man sich aber damit abfinden, dass eine Zerlegung keine wesentlichen Vereinfachungen bringt.

Im zweiten Teil dieses Produkthandbuches werden strukturierte Produkte dargestellt und diskutiert, deren Eigenschaften durch Aktien und Aktienindizes charakterisiert werden. Im ersten Band wurden Zinsderivate behandelt. Im dritten Teil werden Instrumente behandelt, deren Charakteristika von Fremdwährungen abhängen.

Die analysierten Produkte wurden in drei große Kategorien eingeteilt:
1. Wandelanleihen: Anleihen, welche in Aktien des Anleiheemittenten umgetauscht werden können
2. High Yield Produkte: Finanzinstrumente, welche vergleichsweise hohe Kupons zahlen, dafür aber höchstens zum Nominalwert getilgt werden
3. Kapitalgarantierte Produkte: Instrumente, welche mindestens zum Nominalwert möglicherweise aber auch viel höher getilgt werden

Die Behandlung eines bestimmten Produkttyps folgt stets dem folgenden Aufbau: In der *Allgemeinen Beschreibung* werden die jeweiligen Besonderheiten eines Produktes ausführlich behandelt und durch anschauliche Beispiele verdeutlicht. In der *Zerlegung* werden Möglichkeiten für das „Stripping“ des Produktes

[1] Hier wird das "Law of One Price" angewendet: Der Wert des strukturierten Produktes muss der Summe der Werte der Bestandteile entsprechen. Es gäbe sonst die Möglichkeit, risikolos Gewinn zu lukrieren (Arbitrage).

besprochen und anhand einer Zerlegungstabelle übersichtlich dargestellt. In der *Bewertung* wird schließlich die Bepreisung der Produkte im Sinne eines Fair Value beschrieben.

Im Anhang findet man eine kurze Einführung in die Bewertung von Basket Optionen, einen Abschnitt über die Behandlung von Produkten, bei denen sich die Ausgabewährung von jener des Basisproduktes unterscheidet, einen Glossar der wichtigsten Begriffe und eine Liste mit Literaturhinweisen.

Die gezeigten Methoden der Zerlegung sollen als Beispiele für die Behandlung von zusammengesetzten Instrumenten im Sinne von § 22e BWG, für die Berechnung des Eigenmittelerfordernisses gemäß § 22h BWG, als auch zur Meldung der Zinsrisikostatistik gemäß Teil B2 des Monatsausweises (MAUS gemäß § 74 Abs 1 und 4 BWG), dienen.

Folgende Konventionen wurden getroffen:

1. Als Kontraktgröße der Aktienoptionen wurde immer eine Einheit des Basiswerts (eine Aktie, eine Einheit des Index) gewählt. Dies entspricht zwar in der Regel nicht den tatsächlich gehandelten Kontraktgrößen, macht es dafür aber einfacher die Bewertungen nachzuvollziehen.
2. So genannte Quanto Produkte wurden analog dazu so standardisiert, dass eine Einheit des "Underlying" in der Fremdwährung genau einer Einheit in der Referenzwährung entspricht.
3. Die Optionen im Zinsbereich sind auf eine Nominale von 100 skaliert.
4. In diesem Dokument bedeutet Q EUR/USD, dass ein USD Q EUR kostet.
5. Die genauen Zinskonventionen (z.B.: 30/360, actual/actual, actual/360) werden bei der Darstellung der Produkte vernachlässigt.
6. Manchmal liegen zwischen dem Verfallstag der Option und der Lieferung einige Tage. Diese Differenz wurde im Allgemeinen nicht berücksichtigt. In konkreten Fällen ist die Bewertung um den Terminzinssatz für diese Periode zu korrigieren.[2]
7. Obgleich manche der Produktbeispiele in ATS oder DEM emittiert wurden, ist als Emissionswährung EUR angeführt, um bei der Angabe der Auszahlungen nicht immer explizit auf den Wechsel der Währungen hinweisen zu müssen. Dasselbe gilt für Referenzzinssätze. So wurde z.B. der VIBOR durchgehend durch den EURIBOR ersetzt.

[2] Vgl. die Ausführungen im Abschnitt 5.7.

2 EINFÜHRUNG

Im Allgemeinen werden strukturierte Produkte bewertet, indem man sie in einfachere Produkte zerlegt. Das Portfolio aus diesen einfacheren Produkten muss dasselbe Auszahlungsprofil wie das strukturierte Produkt und daher wegen der (angenommenen) Arbitragefreiheit der Finanzmärkte auch denselben Marktwert haben. Für diese Vorgangsweise sprechen zwei wesentliche Gründe: Erstens kann für die einfacheren Produkte mit Hilfe von einfachen Bewertungsmodellen ein fairer Marktpreis errechnet werden und zweitens können die Risken besser abgesichert werden, da die Teile entweder direkt handelbar oder leichter abzusichern sind.

Es ist nicht bei allen Instrumenten möglich sie in einfache Bestandteile zu zerlegen. Wenn das strukturierte Produkt als Summe selbst wiederum komplexer Instrumente dargestellt werden muss, die weder einfach zu bewerten noch einfach am Kapitalmarkt abzusichern sind, dann müssen zur Bewertung und zur Einschätzung der Risken numerische Techniken verwendet werden.

Die in diesem Teil des Handbuchs für die eingebetteten Optionen angegebenen Bewertungsformeln basieren auf dem Modell von Black und Scholes, in dem folgende zentralen Annahmen getroffen werden:

1) Die Veränderung des Preises der zugrunde liegenden Produkte (Aktie, Index) folgt geometrisch Brownschen Bewegungen mit über die Zeit konstanter Volatilität.
2) Es kann jederzeit (stetig) gehandelt werden.
3) Kein Marktteilnehmer hat Marktmacht. Jeder ist Preisnehmer. Das bedeutet, dass niemand den Kurs eines Instrumentes (zu seinen Gunsten) beeinflussen kann.
4) Leerverkauf ist unbegrenzt möglich.
5) Es gibt keine Transaktionskosten und Steuern.
6) Der Markt ist arbitragefrei.
7) Der risikolose Zinssatz ist über die Zeit konstant.

Einen guten Überblick über die verwendeten Methoden findet man u.a. in den Büchern von Hull (2000), Haug (1997) und Bjørk (1998).[3]

[3] J. C. Hull, "Options Futures and other Derivatives", 2000, Prentice-Hall International
Thomas Bjørk, "Arbitrage theory in continuous time", 1998, Oxford University Press.
Espen Gaarder Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill

3 WANDELANLEIHEN

3.1 Allgemeine Beschreibung

Wandelanleihen sind Unternehmensanleihen (corporate bonds), bei denen der Investor das Recht hat, zu bei der Emission bereits bestimmten Zeitpunkten (Wandlungsterminen) und Konditionen die Anleihe gegen eine bestimmte Anzahl (Wandlungsverhältnis)[4] von Aktien des Emittenten zu tauschen.[5] Wandelanleihen sind häufig vom Emittenten kündbar. Der Rückkaufpreis an den Kündigungstagen ist im Vorhinein spezifiziert und in der Regel von der Restlaufzeit abhängig. Wird das Kündigungsrecht ausgeübt, dann hat der Investor das Recht den Rückkaufpreis zu akzeptieren oder zu wandeln. Man kann daher das Kündigungsrecht als Mittel des Emittenten interpretieren, den Investor zu einer frühzeitigen Wandlung zu zwingen.[6]

Beim Kauf einer Wandelanleihe stellt der Investor dem Emittenten Fremdkapital zur Verfügung. Durch die Wandlung wird daraus Eigenkapital des Unternehmens. Es handelt es sich daher in erster Linie um ein Kreditderivat und weniger um ein strukturiertes Produkt.

Das Wandlungsrecht lässt sich als Kaufoption (Call Option) oder als Tauschoption (Exchange Option) interpretieren. Es kann wie eine Europäische, Amerikanische, oder Bermuda Option gestaltet sein.

Beschränkt sich das Wandlungsrecht auf den Fälligkeitstermin (Europäisch), dann ist es einfach zu charakterisieren. Anstelle der Tilgung (und der etwaigen Kuponzahlung) kann der Investor die Aktien wählen. Er hat eine Europäische Call Option mit einem bekannten Ausübungspreis.

Handelt es sich um ein Amerikanisches oder Bermuda Wandlungsrecht, dann sind zwei Dinge zu berücksichtigen:

1. Bei der Wandlung verliert der Investor den Anspruch auf die aufgelaufenen Stückzinsen.

[4] Typischerweise ist das Wandlungsverhältnis während der Laufzeit konstant.

[5] Es sei hier noch einmal betont, dass bei einer Wandlung die Anleihe zurückgegeben wird. Dafür erhält der Investor Aktien des Emittenten. Anders verhält es sich bei sogenannten Optionsanleihen. Bei diesen verfällt trotz Ausübung der Option die Anleihe nicht.

[6] Ohne Kündigung hätte der Investor möglicherweise mit der Wandlung noch zugewartet.

2. Das Tauschverhältnis ist zwar vorher festgelegt, der Ausübungspreis des Rechts ist aber im Vorhinein unbekannt, da er immer dem aktuellen Wert der Wandelanleihe entspricht.

Ein zentrales Problem von Wandelanleihen ist, dass durch die Existenz des Wandlungsrechts der Preis des Underlyings beeinflusst wird. Bei gewöhnlichen Optionen ist das Unternehmen, auf dessen Aktien die Option lautet, in keinster Weise in das Optionsgeschäft involviert. Bei Wandelanleihen ist das anders. Hier ist das Unternehmen Stillhalter der Option auf die eigenen Aktien.[7] Ist es für den Investor profitabel die Anleihe in Aktien zu wandeln, dann ist der Profit des Investors ein Verlust für den Emittenten. Dieser Verlust muss sich nun im Aktienkurs des Emittenten widerspiegeln.

Umgekehrt kann man sagen, wenn der Wert des Eigenkapitals steigt, erhöht sich die Wahrscheinlichkeit der Ausübung des Wahlrechts. Damit wird ein Teil dieser Wertsteigerung nicht den Altaktionären zugute kommen. Das bedeutet aber, dass sich der Kurs der Aktien anders verhalten wird als im Fall einer Anleihe ohne Wandlungsrecht. Diese Eigenschaft lässt sich an einem einfachen Beispiel illustrieren:

Eine Firma habe am Fälligkeitstag einer Wandelanleihe einen Wert von 100 Euro. Dieser besteht aus 80 Euro Eigenkapital, das in 80 Aktien gestückelt ist, und einer Wandelanleihe mit einem Nominalwert von zwanzig Euro.[8] Bei einem angenommenen Wandlungsverhältnis von 1:45 (für die Anleihe bekommt man 45 Aktien) ist die Ausübung des Wandlungsrechts genau dann sinnvoll, wenn der Kurs der Aktie über 20/45 liegt. Wie hoch ist nun der Kurs der Aktie? Die nahe liegende Antwort ein Euro (= 80 Euro Eigenkapital dividiert durch 80 Aktien) ist falsch. Um das zu sehen, muss man sich überlegen, welche Konsequenzen eine Wandlung hat.

Typischerweise erfüllt das Unternehmen seine Verpflichtungen gegenüber dem Investor durch Ausgabe neuer, so genannter junger Aktien.[9] Diese Maßnahme wirkt auf den Kurs. Der Wert der Firma, die nach der Wandlung rein eigenfinanziert ist, beträgt weiterhin 100 Euro. Dieser Betrag muss nunmehr allerdings auf 125 Aktien (80 alte und 45 junge) aufgeteilt werden. Der Wert einer Aktie beträgt daher 100/125 (=0,80) Euro. Der Wert der Wandelanleihe

---

[7] Gleiches gilt für Warrants und Executive Stock Options. Vgl. J.C. Hull, "Options, Futures, and Other Derivatives", 4th ed., Prentice Hall, 2000, S165

[8] Wir nehmen an, dass das Unternehmen keine eigenen Aktien besitzt.

[9] Die Altaktionäre haben vor der Emission der Wandelanleihe einer bedingten Kapitalerhöhung zugestimmt. Das bedeutet, dass im Falle der Ausübung des Wandlungsrechtes junge Aktien im notwendigen Ausmaß emittiert werden dürfen.

ist 36 Euro. Hätte es sich um eine normale Anleihe gehandelt, wäre der Kurs der Aktie selbstverständlich ein Euro.

Anstelle einer Kapitalerhöhung könnte der Emittent die benötigten 45 Stück auch auf dem Aktienmarkt kaufen und an den Investor weitergeben. Die Frage ist nun, wie teuer diese 45 Aktien wären. Der Wert des Eigenkapitals nach der Wandlung wäre 100 Euro minus den Kosten für den Kauf der 45 Aktien.[10] Der Kurs (K) einer Aktie (nach der Wandlung) wäre daher K=(100 - 45 * K) / 80 oder K=0,8. Der Wert der Wandelanleihe beträgt auch hier 36 Euro.

Man sieht, dass das Wandlungsrecht unmittelbare Konsequenzen auf den Preis des Underlyings hat. Je wahrscheinlicher eine Ausübung ist, umso mehr nimmt die Wandelanleihe die Eigenschaft von Eigenkapital an.

Beispiel: 3 % Wandelanleihe 2002 – 2007

Laufzeit	10.02.2002 bis 9.02.2007 (5 Jahre)
Verzinsung	3 % p.a., ganzjährig, jeweils am 20. März, erstmals am 10.02.2003
Gesamtnominale	Euro 30 Mio.
Tilgung	Zu 100 % endfällig am 10.02.2007, sofern vom Inhaber der Wandelanleihe keine Wandlung vorgenommen wurde.
Wandlungs-verhältnis	1:3, das heißt, jede Wandelanleihe kann in 3 Aktien der Firma XY gewandelt werden.
Wandlungstermin	Jeweils der 10.02 und 10.08 eines jeden Jahres; erstmals am 10.08.2002

3.2 Zerlegung

Wie bereits weiter oben erwähnt, kann ein Wandlungsrecht entweder als Kaufoption oder als Tauschoption interpretiert werden. Beide Ansätze leiden an Problemen, die im Falle eines Kündigungsrechts durch den Emittenten noch verschärft werden. Es ist daher nahe liegend Wandelanleihen nicht zu zerlegen.

Interpretiert man das Wandlungsrecht als Kaufoption, dann können Wandelanleihen in eine Folge von Nullkuponanleihen und in eine (Europäische,

[10] Der Aktienkauf kann durch einen Kredit (Fremdkapital) finanziert werden, dann bleibt der Wert der Firma in Höhe von 100 Euro erhalten. Alternativ kann der Kauf auch aus Barmitteln (Eigenkapital) finanziert werden, dann sinkt der Wert der Firma um den für den Kauf benötigten Betrag.

Amerikanische oder Bermuda) Call Option zerlegt werden. Kann die Anleihe nur am Fälligkeitstag gewandelt werden (Europäisch), dann entspricht der Ausübungspreis genau der Summe aus Tilgung und Kupon dividiert durch das Wandlungsverhältnis. Im Gegensatz dazu ist bei einem Amerikanischen oder Bermuda Wandlungsrecht der Ausübungspreis erst bei der Ausübung bekannt. Er entspricht dem Zeitwert der Wandelanleihe dividiert durch das Wandlungsverhältnis. Dies bedeutet, dass in diesen Fällen das Produkt nicht wirklich in einfachere Teile zerlegt werden kann.

Bei einem Europäischen Wandlungsrecht lautet die Zerlegung:

+ Wandelanleihe (Convertible Bond)	=	+ Nullkuponanleihe(1) + … + Nullkuponanleihe(n) + x Warrants auf die Aktien des Emittenten(Call Optionen)

Wobei
+ = Kauf dieser Position (Longposition)
x = Wandlungsverhältnis

Die Warrants haben einen Ausübungspreis in Höhe von Tilgung und Kupon dividiert durch x. Stellt man das Wandlungsrecht durch normale Call Optionen (statt der Warrants) dar, dann vernachlässigt man den Preiseffekt, der durch die Existenz des Wandlungsrechts bedingt wird. Dies führt zu einer Überschätzung des Wertes des Wandlungsrechtes.

Bei einer Nominale von 100 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf von $\sum_{t=1}^{4} Nullkuponanleihen_t$ Nominale 3, Laufzeit t sowie einer Nullkuponanleihe mit Nominale 103 und Laufzeit t=5 Jahre
- Kauf einer Bermuda Option (Laufzeit 5 Jahre) auf 3 Aktien der Firma XY. Die Ausübungspreise der Option richten sich nach den Barwerten der Kuponanleihe zu den Ausübungszeitpunkten. Die Ausübungszeitpunkte sind jeweils der 10.02 und der 10.08 eines jeden Jahres; erstmals am 10.08.2002. Daten der Kuponanleihe: Nominalwert: 100, jährlicher Kupon von 3 %.

Die Zerlegung des Produktes aus dem Beispiel ist nicht zielführend, da die beschriebene Bermuda Option weit davon entfernt ist, ein Standardprodukt zu sein. Der Wert der Option hängt in jedem Zeitpunkt vom Wert der noch ausstehenden Cash Flows (inklusive dazugehörigem Wandlungsrecht) der Wandelanleihe ab. Das bedeutet, dass die Zerlegung keine Vereinfachung der Bewertung bringt.

Das Wandlungsrecht kann auch als Tauschoption gesehen werden. Um sich dies zu verdeutlichen betrachte man für eine Wandelanleihe den Wert an einem Ausübungstag:

$$\begin{aligned}&\max(ZW(t); x \cdot S(t)) = \\ &= ZW(t) + \max(0; x \cdot S(t) - ZW(t)) = \\ &= ZW(t) + x \cdot \max\left(0; S(t) - \frac{ZW(t)}{x}\right)\end{aligned}$$

Wobei

ZW(t)	Zeitwert der Wandelanleihe
x	Wandlungsverhältnis
S(t)	Aktienkurs am Ausübungstag Wandlung

Der letzte Term in der Darstellung entspricht genau x Optionen, eine Aktie gegen eins durch x Wandelanleihen, die den noch verbleibenden Cash Flows und Wandlungskonditionen entsprechen, zu tauschen. Diese Art der Zerlegung ist zwar sehr elegant, führt aber bei der Bewertung zu erheblichen Problemen, da das Verfahren, das für gewöhnliche Tauschoptionen (eine Aktie gegen eine andere) verwendet wird, nur dann korrekt wäre, wenn der Zeitwert der Wandelanleihe einer geometrischen Brownschen Bewegung folgen würde.

Zusammenfassend kann man festhalten, dass nur Europäische Wandelanleihen ohne Kündigungsrecht sinnvoll in einfachere Produkte zerlegt werden können.

3.3 Bewertung

Da der Wert einer Wandelanleihe im Zeitpunkt t von der Vergangenheit unabhängig ist, man spricht von Pfadunabhängigkeit, eignen sich Binomialbäume hervorragend zur Bewertung.[11]

Für den Spezialfall eines Europäischen Wandlungsrechts kann auf die oben angegebene Zerlegung zurückgegriffen werden. Die Bewertung des Warrants erfolgt nach folgender Formel:[12]

[11] Vgl. K. Tsiveriotis und C. Fernandes, "Valuing Convertible Bonds with Credit Risk", Journal of Fixed Income, 8(2), 1998, S95-102

[12] Vgl. J.C. Hull, "Options, Futures, and Other Derivatives", 4th ed., Prentice Hall, 2000, S254

$$W = \frac{N \cdot x}{N + M \cdot x}\left(ZN(d_1) - K\exp(-rT)N(d_2)\right)$$
$$Z = S + \frac{M}{N}W$$
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{Z}{K}\right) + \left(r + \sigma_Z^2/2\right)T}{\sigma_Z\sqrt{T}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma_Z\sqrt{T}$$

Formel 3.1: Die Bewertung von Europäischen Warrants

mit

W	Prämie des Warrants auf unternehmenseigene Aktien
S	Kurs der Aktie vor der Ausübung
Z	Kurs der Aktie plus anteiliger Wert der Warrants
K	Ausübungspreis
M	Anzahl ausstehender Warrants
N	Anzahl ausstehender Aktien
x	Bezugsverhältnis (Aktien pro Warrant)
T	Verfallstag der Option
r	risikoloser Zinssatz
σ_Z	Volatilität von Z

Zu beachten ist, dass der Wert des Warrants W eine Funktion von sich selber ist.[13] Die Lösung der Gleichung muss numerisch erfolgen.

Im Falle eines Europäischen Wandlungsrechtes entspricht der Ausübungspreis K der Summe aus Tilgung und letztem Kupon dividiert durch das Wandlungsverhältnis.

[13] W taucht auf beiden Seiten der Gleichung auf und kann nicht isoliert werden.

4 HIGH YIELD PRODUKTE

4.1 Einführung

Anleihen von Unternehmen mit hohem Ausfallsrisiko sind regelmäßig mit hohen Nominalzinsen (high yield) ausgestattet, um so den Investor für einen möglichen Ausfall zu entschädigen.[14]

Ähnlich verhält es sich bei „High–Yield" strukturierten Produkten. Sie zahlen im Vergleich zu herkömmlichen Anleihen außergewöhnlich hohe Kupons. Im Gegenzug wird die Tilgung zum Nominalwert nicht garantiert. Vielmehr hat der Emittent der Anleihe bei Fälligkeit das Recht, statt zum Nominalwert zu tilgen andere Finanzprodukte zu liefern. Eine typische Variante besteht darin, die Schulden durch Lieferung einer vorher bestimmten Anzahl von Aktien zu tilgen. Dieses Recht wird genau dann ausgeübt, wenn der Wert der Aktien (der anderen Finanzprodukte) am Fälligkeitstermin unter dem Wert der Nominale liegt. Für gewöhnlich findet keine physische Übergabe sondern ein Barausgleich (cash settlement) statt.

High Yield Produkte sind in der Regel weder seitens des Emittenten noch seitens des Investors kündbar.

[14] Anstatt die Anleihen mit hohen Kupons auszustatten, kann man sie natürlich auch unter dem Nominalwert emittieren (junk bonds).

4.2 Cash or Share - gleiche Währung

4.2.1 Allgemeine Beschreibung

Cash or Share Anleihen sind die einfachsten High Yield Produkte. Der Emittent hat bei Fälligkeit das Recht, anstelle des Nominalwertes eine gewisse Anzahl von Aktien zu liefern. Das bedeutet, dass der Investor von einem Anstieg der Aktienkurse nicht profitiert. Fällt der Kurs hingegen, dann hat der Investor die Verluste zu tragen. Für die Übernahme dieses Risikos wird der Investor durch hohe Kuponzahlungen entschädigt.

Beispiel: 9,5 % Cash or Share Obligation 2003 – 2004

Laufzeit	23.1.2003 bis 23.1.2004 (1 Jahr)
Verzinsung	9.5 % p.a.
Verzinsungsbasis	act/act
Ausgabekurs	99.50 %
Stückelung	Euro 5.000.-
Tilgung	Nach Wahl des Emittenten: 100 % des Nominalbetrages oder 51 Aktien der Firma XY pro 5.000.- Nominale Die Aktien notieren in Euro

Der Emittent aus dem Beispiel wird genau dann die 51 Aktien liefern, wenn der Kurs unter 98,04 (=5000/51) Euro sinkt.

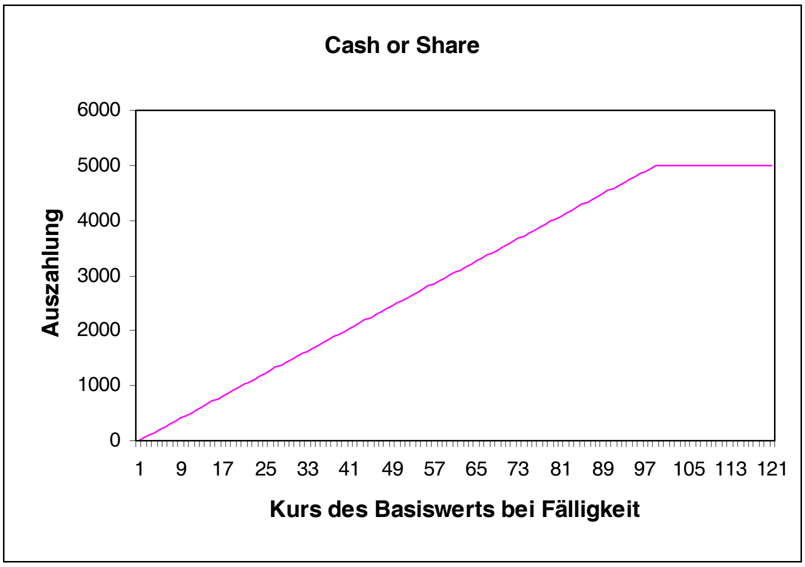

Abbildung 4.1:Auszahlungsmuster einer Cash or Share Anleihe

4.2.2 Zerlegung

Das Auszahlungsprofil der Tilgung am Fälligkeitstag bei einem Nominalwert von 100 kann so beschrieben werden:

$$\min\left(x \cdot S(T);100\right)$$

wobei x die Anzahl der Aktien und S(T) der Kurs der Aktien am Fälligkeitstag ist. Durch ein paar Umformungen lässt sich der Payoff auch so darstellen:

$$\begin{aligned}&\min\left(x \cdot S(T);100\right) = \\ &= 100 + \min\left(x \cdot S(T) - 100;0\right) = \\ &= 100 - x \cdot \max\left(\frac{100}{x} - S(T);0\right)\end{aligned}$$

Man sieht, dass die Tilgung einer Cash or Share Anleihe mit einem Nominalwert von 100 aus einer Nullkuponanleihe (Nominale 100) und einer Stillhalterposition von x Europäischen Put Optionen mit einem Ausübungspreis von 100/x besteht. Die regelmäßigen Kuponzahlungen lassen sich als Nullkuponanleihen darstellen.

Cash or Share Anleihen lassen sich daher in Nullkuponanleihen (Kupons und Nominale) und eine Stillhalterposition in Europäische Put Optionen zerlegen.

+ Cash or Share	=	+ Nullkuponanleihe(1) + … + Nullkuponanleihe(n) - x Put Optionen mit Ausübungspreis $\frac{Nominale}{x}$

Wobei
\+ = Kauf dieser Position
\- = Verkauf dieser Position
x = Anzahl der Optionen (Tauschverhältnis Anleihe zu Aktien)
Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und Nominalwert der Anleihe.

Bei einer Nominale von 5.000.- kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe mit Nominale 5.475.- (inkl. Kupon) und Laufzeit 1 Jahr
- Verkauf von x = 51 Put Optionen, Ausübungspreis 98,04 und Laufzeit 1 Jahr

4.2.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen stellt kein Problem dar. Unter den Black-Scholes Modellannahmen ist eine Bewertung der Optionen ebenso problemlos.

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - Se^{-qT}N(-d_1)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

P	Prämie einer Europäischen Put Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
R	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
Q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 4.1: Die Prämie einer Europäischen Put Option nach Black-Scholes

4.2.4 Variante: für Teile des Nominalwertes können Aktien geliefert werden

Diese Variante unterscheidet sich von herkömmlichen Cash or Share Anleihen dadurch, dass die Nominale in Teile zerlegt und das Tilgungs-Wahlrecht des Emittenten für jeden dieser Teile unabhängig (unterschiedliche Aktien) besteht. Es handelt sich bei diesen Produkten also um einen Korb von Cash or Share Anleihen (im Gegensatz zu Anleihen auf einen Korb von Aktien).

Beispiel: 8 % German Basket 1998-2001 mit Andienungsrecht auf Bayer, BMW, Deutsche Bank AG Aktien

Laufzeit	02.1.1998 bis 01.1.2001 (3 Jahre)
Verzinsung	8 % p.a. am 2. Jänner jährlich, erstmals am 02.1.1999
Verzinsungsbasis	30/360
Ausgabekurs	101 %
Gesamtnominale	EUR 5.000.000.-
Stückelung	EUR 1.000
Tilgung	Die Rückzahlung erfolgt per 02.11.2001 nach Wahl des Emittenten entweder zum Nennwert, oder für 1.000.- EUR wie folgt: 333.33 oder 11 Bayer Stammaktien und 333.33 oder 6 BMW Stammaktien 333.34 oder 7.14 Deutsche Bank AG Stammaktien (0.14 werden in Cash abgegolten)

Da das Wahlrecht des Emittenten für die einzelnen Teile unabhängig ist, kann man diese Produkte in einen Korb von drei Cash or Share Anleihen zerlegen.

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf von $\sum_{t=1}^{2} Nullkuponanleihen_t$ Nominale 80, Fälligkeit t Jahre und einer Nullkuponanleihe mit Nominale 1080 und Fälligkeit 3 Jahre
- Verkauf von 11 Europäischen Puts auf eine Bayer Stammaktie, Ausübungspreis 333.33 / 11 = 30.3 und Laufzeit 3 Jahre
- Verkauf von 6 Europäischen Puts auf eine BMW Stammaktie, Ausübungspreis 333.33 / 6 = 55.6 und Laufzeit 3 Jahre
- Verkauf von 7.14 Europäischen Puts auf eine Deutsche Bank Stammaktie, Ausübungspreis 333.34 / 7.14 = 46.7 und Laufzeit 3 Jahre

4.2.5 Variante: Wahlrecht des Emittenten entsteht erst, wenn der Aktienkurs während der Laufzeit eine gewisse Schwelle unterschreitet

Diese Variante unterscheidet sich von herkömmlichen Cash or Share Anleihen dadurch, dass der Emittent das Recht, statt des Nominalwerts Aktien zu liefern, erst dann erhält, wenn der Aktienkurs während der Laufzeit mindestens einmal unter ein gewisses Niveau gefallen ist.

Beispiel: 9,5 % Cash or Share mit Schwelle 2003 – 2004

Laufzeit	23.1.2003 bis 23.1.2004 (1 Jahr)
Verzinsung	9.5 % p.a.
Verzinsungsbasis	act/act
Ausgabekurs	99.50 %
Stückelung	Euro 5.000.-
Tilgung	Wenn der Kurs der XY Aktie während der Laufzeit immer über 70% des Kurses am Emissionstag der Anleihe bleibt, dann wird zu 100% des Nominalbetrages getilgt Sonst nach Wahl des Emittenten: 100 % des Nominalbetrages oder 51 Aktien der Firma XY pro 5.000.- Nominale Die Aktien notieren in Euro

In der Zerlegung ist dann die Europäische Put Option durch eine gewöhnliche Down-and-in Put Option zu ersetzen. Also

$$\begin{array}{c} + \text{ Cash or Share} \\ \text{mit Schwelle} \end{array} = \begin{array}{l} + \quad \text{Nullkuponanleihe(1)} \quad + \quad \ldots \quad + \quad \text{Nullkuponanleihe(n)} \\ \text{- x down-and-in Put Optionen mit Ausübungspreis } \dfrac{Nominale}{x} \end{array}$$

Wobei
+ = Kauf dieser Position
- = Verkauf dieser Position
x = Anzahl der Optionen (Tauschverhältnis Anleihe zu Aktien)
Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und Nominalwert der Anleihe.

Für down-and-in Put Optionen existiert eine geschlossene Bewertungsformel[15]:

1. Fall: Barriere ist kleiner als der Ausübungspreis (Nominale dividiert durch x)

$$p = B - C + D$$

2. Fall: Barriere ist größer als der Ausübungspreis (eine normale Europäische Put Option)

$$p = A$$

mit

$$A = Ke^{-rT} N\left(\sigma\sqrt{T} - x_1\right) - Se^{-qT} N\left(-x_1\right)$$
$$B = Ke^{-rT} N\left(\sigma\sqrt{T} - x_2\right) - Se^{-qT} N\left(-x_2\right)$$
$$C = Ke^{-rT} \left(H/S\right)^{2\mu} N\left(y_1 - \sigma\sqrt{T}\right) - Se^{-qT} \left(H/S\right)^{2(\mu+1)} N\left(y_1\right)$$
$$D = Ke^{-rT} \left(H/S\right)^{2\mu} N\left(y_2 - \sigma\sqrt{T}\right) - Se^{-qT} \left(H/S\right)^{2(\mu+1)} N\left(y_2\right)$$

$$x_1 = \frac{\ln\left(S/K\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T} \qquad x_2 = \frac{\ln\left(S/H\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}$$
$$y_1 = \frac{\ln\left(H^2/SK\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T} \qquad y_2 = \frac{\ln\left(H/S\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}$$
$$\mu = \frac{r - q - \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

P	Prämie einer Down-and-in Put Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren und die Barriere ist H.
R	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
Q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 4.2: Prämie einer Down-and-in Europäischen Put Anleihe

[15] Espen Gaarder Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S. 70f

4.3 Cash or Share - verschiedene Währungen

4.3.1 Allgemeine Beschreibung

Auch bei diesem Produkt hat der Emittent (wie in Abschnitt 4.2) bei Fälligkeit das Recht, anstelle des Nominalwertes eine gewisse Anzahl von Aktien zu liefern. Der Unterschied zum Produkt aus Abschnitt 4.2 besteht darin, dass sich die Währung, in der die Anleihe begeben wurde, von jener, in der die Aktie notiert, unterscheidet.

Beispiel: 9,5 % Cash or Share Obligation 2003 – 2004

Laufzeit	23.01.2003 bis 23.01.2004 (1 Jahr)
Verzinsung	9.5 % p.a.
Verzinsungsbasis	act/act
Ausgabekurs	99.50 %
Stückelung	Euro 5.000.-
Tilgung	Nach Wahl des Emittenten: 100 % des Nominalbetrages oder 51 Aktien der Firma XY pro 5.000.- Nominale Die Aktien notieren in USD

Der Emittent aus dem Beispiel wird genau dann die 51 Aktien liefern, wenn der Kurs unter 98,04 Euro sinkt. Zu beachten ist, dass nicht die Veränderung des Kurses in USD relevant ist, sondern jene in Euro.

4.3.2 Zerlegung

Das Auszahlungsprofil der Tilgung am Fälligkeitstag bei einem Nominalwert von 100 kann so beschrieben werden:

$$\min\left(x \cdot W(T) \cdot S(T); 100\right)$$

wobei x die Anzahl der Aktien, W(T) der Wechselkurs (Heim- zu Fremdwährung) und S(T) der Kurs der Aktien in der Fremdwährung am Fälligkeitstag ist. Durch ein paar Umformungen lässt sich der Payoff auch so darstellen:

$$\min\left(x \cdot W(T) \cdot S(T);100\right) =$$
$$= 100 + \min\left(x \cdot W(T) \cdot S(T) - 100;0\right) =$$
$$= 100 - x \cdot \max\left(\frac{100}{x} - W(T) \cdot S(T);0\right)$$

Man sieht, dass die Tilgung solcher Cash or Share Anleihen mit einem Nominalwert von 100 aus einer Nullkuponanleihe (Nominale 100) und einer Stillhalterposition von x speziellen Europäischen Put Optionen (Foreign Equity Struck in Domestic Currency) mit einem Ausübungspreis von 100/x besteht.[16] Die regelmäßigen Kuponzahlungen lassen sich als Nullkuponanleihen darstellen.

Cash or Share Anleihen lassen sich daher in Nullkuponanleihen (Kupons und Nominale) und eine Stillhalterposition in Europäischen Put Optionen (Foreign Equity Struck in Domestic Currency) mit einem Strike in Höhe von Nominale dividiert durch Tauschverhältnis zerlegen.

+ Cash or Share	=	+ Nullkuponanleihe(1) + … + Nullkuponanleihe(n) - x foreign equity Put Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position
- = Verkauf dieser Position
x = Anzahl der Optionen (Tauschverhältnis Anleihe zu Aktien)
Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und Nominalwert der Anleihe.

Bei einer Nominale von 5.000.- kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe mit Nominale 5.475.- (inkl. Kupon) und Laufzeit 1 Jahr
- Verkauf von x = 51 "Foreign Equity Struck in Domestic Currency" Put Optionen, Ausübungspreis 98,04 und Laufzeit 1 Jahr

[16] Es ist zu beachten, dass der Ausübungspreis in der Anleihenwährung ist.

4.3.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen stellt kein Problem dar. Unter den Black-Scholes Modellannahmen ist eine Bewertung der "Foreign Equity Struck in Domestic Currency" Optionen ebenso problemlos.[17]

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - W \cdot S \cdot e^{-qT} N(-d_1)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(W \cdot S / K) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_W^2 + 2 \cdot \rho\sigma_S\sigma_W}$$

p	Prämie einer europäischen "Foreign Equity Struck in Domestic Currency" Put Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0 in der Fremdwährung. Der Ausübungspreis ist K in der Heimwährung, der Verfallstag in T Jahren und der aktuelle Wechselkurs ist W.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ_W	Volatilität des Wechselkurses
σ_S	Volatilität der Aktie
ρ	Korrelation zwischen Wechselkurs- und Aktienkursveränderungen
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 4.3: Prämie einer Europäischen Foreign Equity Struck in Domestic Currency Put Option

[17] Espen Gaarder Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S. 102

4.4 High Yield Index Anleihen

4.4.1 Allgemeine Beschreibung

Im Unterschied zu herkömmlichen Cash or Share Anleihen hängt die Höhe der Tilgung nicht von einer Einzelaktie sondern von einem Index ab. Das Tilgungswahlrecht des Investors wird hier typischerweise so definiert:

$$\min\left(\text{Nominale}; \text{Nominale} \cdot \frac{S(T)}{S}\right)$$

mit

S Wert des Index am oder kurz vor dem Emissionstag der Anleihe, in jedem Fall am Emissionstag bekannt[18]

S(T) Wert des Index bei Fälligkeit

Ist der Index bei Fälligkeit kleiner als S, dann muss der Investor die Verluste tragen. Liegt der Wert darüber, dann tilgt der Emittent zum Nominalwert.

Beispiel: 8,7 % Pfandbriefe 1998-2003 mit Emittenten-Tilgungs-Wahlrecht

Laufzeit	20.03.1998 bis 21.03.2003 (5 Jahre)
Verzinsung	8.7 % p.a. am 20. Jänner jährlich, erstmals am 20.03.1999
Verzinsungsbasis	act/act
Ausgabekurs	100%
Gesamtnominale	n.a.
Stückelung	EUR 50.000
Tilgung	$\min\left(\text{Nominale}; \text{Nominale} * \frac{Eurostoxx50_{final}}{Eurostoxx50_{initial}}\right)$
$\text{Eurostoxx50}_{\text{initial}}$	14.03.1998
$\text{Eurostoxx50}_{\text{final}}$	21.03.2003

[18] Zu Produkten, bei denen dieser Wert am Emissionstag noch nicht bekannt ist, siehe Abschnitt 4.6.

4.4.2 Zerlegung

Im konkreten Fall kann man die Tilgung auch darstellen durch:

$$\min\left(\text{Nominale}; \text{Nominale} * \frac{S(T)}{S}\right) =$$
$$= \text{Nominale} + \frac{\text{Nominale}}{S} * \min(0; S(T) - S) =$$
$$= \text{Nominale} - \frac{\text{Nominale}}{S} * \max(0; S - S(T))$$

Der letzte Term beschreibt den Payoff einer Stillhalterposition von (Nominale/S) Stück europäischen Put Optionen mit einem Ausübungspreis von S. Zu beachten ist, dass S am Emissionstag bereits bekannt ist.

Man sieht, dass die Zerlegung vollkommen analog zu Cash or Share Anleihen erfolgt. Die Produkte setzten sich aus Nullkuponanleihen (Kupons und Tilgung) und einer Stillhalterposition in Europäischen Put Optionen zusammen.

+ High Yield Index Anleihe	=	+ Nullkuponanleihe(1) + … + Nullkuponanleihe(n) - x Europäische Put Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position
- = Verkauf dieser Position
x = Anzahl der Optionen (Nominalwert der Anleihe dividiert durch Ausgangswert S)
Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und Nominalwert der Anleihe.

Bei einer Nominale von 100 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf von $\sum_{t=1}^{4} \mathit{Nullkuponanleihen}_t$ Nominale 8.7, Laufzeit t Jahre sowie einer Nullkuponanleihe mit Nominale 108.7 und Laufzeit 5 Jahre
- Verkauf von $\frac{100}{\mathit{Eurostoxx}50_{\mathit{initial}}}$ Europäischen Put Optionen mit Ausübungspreis $\mathit{Eurostoxx}50_{\mathit{initial}}$ und Laufzeit 5 Jahre

4.4.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt mit den relevanten Kassazinssätzen. Bei der Bewertung der Put Optionen ist die Berechnungsmethode des Index zu beachten. Während bei Performanceindizes (thesaurierende Indizes) die Dividendenrendite mit 0 anzusetzen ist, ist sie bei Kursindizes zu berücksichtigen. Unter den Black-Scholes Modellannahmen lautet die Formel für den Wert der Put Option:

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - Se^{-qT} N(-d_1)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

P	Prämie einer europäischen Put Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
R	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
Q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 4.4: Prämie einer Europäischen Put Option auf einen Index

4.5 High Yield Basket Anleihen

4.5.1 Allgemeine Beschreibung

Bei High Yield Basket Anleihen hat der Emittent das Recht, bei Fälligkeit anstelle des Nominalwertes einen Korb von Aktien oder Indizes zu liefern.[19] Bei Basket Bonds hängt die Performance der Anleihe von der Wertentwicklung mehrerer Basisobjekte – dies können verschiedene Indizes oder einzelne Aktien sein - ab.

Steigt der Wert des Baskets, so profitiert der Investor nicht davon. Fällt er, dann hat der Investor die Verluste zu tragen. Für die Übernahme dieses Risikos wird der Investor durch hohe Kuponzahlungen entschädigt.

Beispiel: 8% High Yield Basket Anleihe 1998-2001

Laufzeit	02.01.1998 bis 02.01.2001 (3 Jahre)
Verzinsung	8 % p.a.
Kuponfälligkeit	Jährlich am 2. Jänner, erstmals am 2. Jänner 1999
Gesamtnominale	Euro 2.000.000
Stückelung	Euro 50.000
Kündigungsrecht	Beiderseitig ausgeschlossen
Tilgung	Die Schuldverschreibung kann am Tilgungstag nach Wahl der Emittentin entweder • zum Nennwert, oder • durch Lieferung der in der folgenden Tabelle angegebenen Aktien getilgt werden. Bei Eintritt eines so genannten „potentiellen Anpassungs-Ereignisses“ oder bei bestimmten Verschmelzungen wird von der Berechnungsstelle ermittelt, ob dadurch eine verwässernde oder konzentrierende Wirkung auf den theoretischen Wert der jeweiligen Aktien entsteht. Sollte dies der Fall sein, werden entsprechende Änderungen bei der Zusammensetzung des Aktienkorbes durchgeführt. Potentielle Anpassungsereignisse sind z.B.: Untergliederungen, Zusammenlegungen oder Umklassifizierungen von Aktien, Dividendenzahlungen oder Rückkauf durch die Emittentin.

[19] Während bei Cash or Share Anleihen (Abschnitte 4.2 und 4.3) nur Aktien einer Firma geliefert werden, handelt es sich hier um einen Korb von Aktien oder Indizes, welche durchaus in verschiedenen Währungen notieren können.

Die Bestimmungen über "potentielle Anpassungsereignisse" definieren den rechtlichen Rahmen für den Fall, dass es zu Übernahmen, Aktiensplittings oder ähnlichem kommt. Da auch Dividendenzahlungen als Anpassungsereignisse definiert sind[20], ist bei diesem Produkt die Dividendenrendite null.

Unternehmen	Aktien pro 50.000 Euro Nominale
SBC	110
UBS	24
CS Group	190
Bayrische VB	650
Allianz AG	160
ING	850
Deutsche Bank AG	630

Tabelle 4.1: Aktienkorb des Beispiels

Zu beachten ist, dass nicht alle Aktien im Korb in Euro notieren.

4.5.2 Zerlegung

Der Emittent wird genau dann den Aktienkorb liefern, wenn der Wert des Baskets in der Währung der Anleihe geringer als der zu tilgende Nominalwert ist. Daher kann das Auszahlungsprofil der Tilgung am Fälligkeitstag bei einem Nominalwert von 100 so beschrieben werden:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot W_i(T) \cdot S_i(T);100\right) =$$
$$= \min\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot S_i^*(T);100\right)$$

mit

N	Anzahl der verschiedenen Aktien
x_i	Stückzahl der Aktie i
$W_i(T)$	Wechselkurs Anleihen- zu Aktienwährung i
$S_i(T)$	Kurs in der Währung der Aktie
$S_i^*(T)$	Kurs der Aktie in der Anleihenwährung

[20] Dividenden werden in die jeweiligen Aktien reinvestiert.

Diese Payoffmuster lässt sich auch so darstellen:

$$
\begin{aligned}
&\min\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot S_i^*(T);100\right) = \\
&= 100 + \min\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot S_i^*(T) - 100;0\right) = \\
&= 100 - \max\left(100 - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot S_i^*(T);0\right)
\end{aligned}
$$

Analog zu Cash or Share Anleihen können High Yield Basket Bonds in eine Folge von Nullkuponanleihen (Abbildung der Kupons und der Tilgung) und eine Europäische Put Option auf den Aktienkorb[21] zerlegt werden.

+ High Yield Basket Anleihe	=	+ Nullkuponanleihe(1) + … + Nullkuponanleihe(n) - Europäische Put Option

Wobei
+ = Kauf dieser Position
\- = Verkauf dieser Position
Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und Nominalwert der Anleihe.

4.5.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt mit den relevanten Kassazinssätzen.
Die Bewertung der Europäischen Put Optionen ist schwieriger. Erstens ist die Volatilitätsstrukur eines Aktienkorbes sehr komplex. Es sind die Korrelationen zwischen den einzelnen Aktien in der Anleihenwährung zu berücksichtigen. Zweitens folgt aus der Annahme der geometrisch Brownschen Bewegung der Einzelaktienkurse (Black Scholes), dass die Wertveränderungen des Aktienkorbes eigentlich nicht durch eine geometrisch Brownsche Bewegung beschrieben werden können.
In der Literatur[22] werden zwei Lösungen vorgeschlagen:

1. Man modelliere die Aktienkurse als korrelierte geometrisch Brownsche Bewegungen und berechne den Wert durch Monte Carlo Simulation. Hier ist zu berücksichtigen, dass die Korrelationsstruktur in der Anleihenwährung relevant ist. Dieser Lösungsvorschlag leidet daran, dass die Bewertung relativ zeitintensiv ist.

[21] Relevant ist der Wert des Korbes in der Währung der Anleihe.

[22] Vgl. J.C. Hull, "Options, Futures, and Other Derivatives", 4th ed., Prentice Hall, 2000, S.471

2. Man interpretiere die Option als eine auf einen Futures Kontrakt auf den Aktienkorb mit dem gleichen Verfallsdatum wie die Option.[23] Zusätzlich nehme man an, dass der Aktienkorb als solcher einer geometrisch Brownschen Bewegung gehorcht. Dann kann zur Bewertung die Formel von Black verwendet werden. Die Formel von Black lautet:

$$p = e^{-rT}\left[K \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1)\right]$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) + \sigma^2 \cdot T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

p	Prämie einer europäischen Put Option auf einen Future mit einem Futures Price von F zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
σ	Volatilität des Futures Preises
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 4.5: Die Formel von Black für Put Optionen

Um die Formel verwenden zu können, sind die Parameter F (Futures Preis) und σ zu bestimmen.[24]

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{M_2}{M_1^2}\right)$$

$$M_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i F_i$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j F_i F_j e^{\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j T}$$

$$F = M_1$$

[23] Um zu sehen, dass diese Interpretation gerechtfertigt ist, muss man berücksichtigen, dass am Verfallstag der Option (und des Futures) gelten muss, dass der Futures Preis dem Aktienkurs gleicht.

[24] Vgl. J.C. Hull, "Options, Futures, and Other Derivatives", 4th ed., Prentice Hall, 2000, S.468 bzw. S 496

n	Anzahl verschiedener Basisprodukte
x_i	Stück des Basisobjekts i im Korb
F_i	Futures Preis Basisobjekts i zu t = T in Anleihenwährung
ρ_{ij}	Korrelation der Wertentwicklung der Basisobjekte i und j in Anleihenwährung
σ_i	Volatilität des Basisobjekts i in Anleihenwährung
T	Laufzeit
R	risikoloser Zinssatz entsprechend der Laufzeit

4.6 High Yield Lookback Anleihe

4.6.1 Allgemeine Beschreibung

Auch bei High Yield Lookback Anleihen hat der Emittent am Verfallstag die Möglichkeit zwischen zwei Tilgungsarten zu wählen. Im Unterschied zu High Yield Index Anleihen bzw. zu Cash or Share Anleihen ist bei dieser Produktvariante der Ausübungspreis der Option nicht im Vorhinein fixiert, sondern ergibt sich als der Tiefststand der Aktie (des Index)[25] in der ersten Laufzeitphase des Produkts.

Das Tilgungswahlrecht des Investors wird hier typischerweise so definiert:

$$\min\left(\text{Nominale; Nominale} \cdot \frac{S(T)}{S^*(t)}\right)$$

mit

S*(t)… Tiefstand der Aktie (des Index) in einer ersten Laufzeitphase (bis zum Zeitpunkt t), am Emissionstag unbekannt

S(T)… Wert des Index bei Fälligkeit

Beispiel: 8,7 % Lookback Anleihe 1998-2003 mit Emittenten-tilgungs-wahlrecht

Laufzeit	20.03.1998 bis 21.03.2003 (5 Jahre)
Verzinsung	8.7 % p.a. am 20. März jährlich, erstmals am 20.03.1999
Verzinsungsbasis	act/act
Ausgabekurs	100%
Stückelung	EUR 1.000
Tilgung	$\min\left(\text{Nominale; Nominale} * \frac{SW}{AW}\right)$
AW	Tiefster DAX Kurs in den ersten 3 Monaten
SW	DAX Kurs am19.04.2003

Dieses Produkt ist während der ersten drei Monate der Laufzeit ein so genanntes Lookback Produkt. Der Ausübungspreis der eingebetteten Option ist noch nicht fixiert.

[25] Es könnten auch andere Regeln für die Berechnung des Ausübungspreises definiert werden (Höchststand, Durchschnitt etc.).

4.6.2 Zerlegung

Im konkreten Fall kann man die Tilgung auch darstellen durch:

$$\min\left(\text{Nominale; Nominale} * \frac{S(T)}{S*(t)}\right) =$$
$$= \text{Nominale} + \frac{\text{Nominale}}{S*(t)} * \min(0; S(T) - S*(t)) =$$
$$= \text{Nominale} - \frac{\text{Nominale}}{S*(t)} * \max(0; S*(t) - S(T))$$

Der letzte Term beschreibt den Payoff einer Stillhalterposition von (Nominale/ S*(t)) Stück Europäischen Put Optionen mit einem Ausübungspreis von S*(t) am Fälligkeitstag T.

Ab dem Zeitpunkt t (nach Ablauf der Lookback-Periode) stehen Ausübungspreis und Anzahl der Optionen fest. Es handelt sich um eine gewöhnliche Europäische Put Option. Während der Lookback-Periode (bis zum Zeitpunkt t) sind Ausübungspreis und Stückzahl unbekannt. Wäre zumindest letztere bereits bei der Emission bekannt, dann würde es sich beim Wahlrecht des Emittenten um eine "Partial-Time Floating Strike Lookback" Put Option handeln.

Für die Zerlegung bedeutet das, dass sie bis zum Ende der Lookback-Periode so aussieht:

+ High Yield Index Anleihe	=	+ Nullkuponanleihe(1) + … + Nullkuponanleihe(n) - Variante einer Lookback Put Option

Wobei
+ = Kauf dieser Position
- = Verkauf dieser Position
Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und Nominalwert der Anleihe.

Ab dem Zeitpunkt t kann man diese Produkte analog zu Cash or Share Anleihen zerlegen. Sie setzten sich aus Nullkuponanleihen (Kupons und Tilgung) und einer Stillhalterposition in herkömmlichen Europäischen Put Optionen zusammen.

+ High Yield Index Anleihe	=	+ Nullkuponanleihe(1) + … + Nullkuponanleihe(n) - x Europäische Put Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position
- = Verkauf dieser Position

x = Stückzahl (Nominalwert dividiert durch minimalen Kurs während der Lookback-Periode)
Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und Nominalwert der Anleihe.

Bei einer Nominale von 100 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf von $\sum_{t=1}^{4} Nullkuponanleihen_t$ Nominale 8.7, Laufzeit t Jahre sowie einer Nullkuponanleihe mit Nominale 108.7 und Laufzeit 5 Jahre
- Verkauf von einer Lookback Put Option mit dem Payoff $\frac{100}{AW}\max(0; AW - SW)$ und Laufzeit 5 Jahre.

4.6.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt mit den relevanten Kassazinssätzen. Für die Bewertung der Lookback Option gibt es keine geschlossene Formel. Da das Wahlrecht des Emittenten nach der Lookback-Periode als herkömmliche Europäische Put Option interpretiert werden kann, ist die Verwendung einer Monte Carlo Simulation die einfachste Art das Problem zu lösen.

5 KAPITALGARANTIERTE PRODUKTE

5.1 Einführung

Kapitalgarantierte Produkte zeichnen sich durch drei Merkmale aus:

- Tilgung mindestens in Höhe eines garantierten Prozentsatzes des Nominalwertes (Häufig wird eine Tilgung zum Nominalwert (100%) versprochen)
- keine oder niedrige Nominalverzinsung
- Partizipation an der Performance eines Basiswertes[26]

Die Produkte werden typischerweise so konstruiert, dass der Emissionskurs möglichst nahe am Nominalwert der Anleihe liegt (Anpassung über die Höhe der Nominalverzinsung). Es ist üblich, alle Zahlungen (auch Kupons) erst am Fälligkeitstag des Produktes zu tätigen.

Die Ausgestaltung der Partizipation am Basiswert nimmt äußerst unterschiedliche Gestalt an. In der einfachsten Variante wird der Tilgungsbetrag als Produkt aus Nominalwert und prozentueller Veränderung des Basiswertes während der Laufzeit bestimmt. Falls dieser Wert kleiner als die garantierte Summe ist, dann wird zu dieser getilgt.

Oder als Formel

$$
\begin{aligned}
T &= N \cdot \left(1 + \max\left(0; \frac{S_T - S_0}{S_0}\right)\right) = \\
&= N + \frac{N}{S_0} \cdot \max\left(0; S_T - S_0\right)
\end{aligned}
$$

T Tilgungsbetrag
N Nominalwert
S_0 Ausgangskurs des Basiswertes
S_T Kurs des Basiswertes bei Fälligkeit

In so ein Produkt sind also Nominalwert dividiert durch Anfangskurs Stück Europäische Call Optionen auf das Basisobjekt eingebettet (der letzte Term der Formel). Das Instrument kann daher als Portfolio von Nullkuponanleihen (Tilgung und Kupons) und Europäischen Call Optionen dargestellt werden.

[26] Die Partizipation an der Performance des Basiswertes wird manchmal als Verzinsung bezeichnet. Da sie aber immer zeitgleich mit der Tilgung ausbezahlt wird, wird sie in diesem Handbuch als Teil der Tilgung interpretiert und behandelt.

Das Spektrum von möglichen Kapitalgarantierten Produkten besteht aus Kombinationen von Nullkuponanleihen mit allen denkbaren Optionen.[27] Das bedeutet, dass es eine ungeheure Anzahl von verschiedenen Produkten gibt.

Die wichtigsten Charakteristika für die Einteilung der Produkte sind:

1) Ist die Prämie (der Bonus, die Verzinsung) proportional zur Entwicklung des Basiswerts (Call und Put Optionen) oder hat sie bei einer gewissen Performance des Basiswerts einen fixen Wert (Binäre Barriere Optionen)?
2) Sind die Ausübungspreise bzw. Barrieren am Emissionstag bekannt? Werden sie asiatisch berechnet oder handelt es sich um Forward Start Optionen?
3) Welche Eigenschaften hat der Basiswert? Ist es eine Einzelaktie, ein Index oder ein Basket?
4) Unterscheidet sich die Währung des strukturierten Produktes von jener des Basiswerts?

Die im Folgenden präsentierten Produkte stellen eine kleine, aber relevante Auswahl dar. Sie werden nach den eingebetteten Optionen benannt, weil es keine gängigen Typenbezeichnungen gibt.

[27] Eine schönen Überblick über die Vielzahl an verschiedenen Optionen findet man in P.G. Zhang, "Exotic Options ", 2nd ed., World Scientific, 1998.

5.2 Europäische Call Option

5.2.1 Allgemeine Beschreibung

Wie bereits oben beschrieben, handelt es sich hier um die einfachsten kapitalgarantierten Produkte.

Sie zeichnen sich dadurch aus, dass sich die Tilgung aus einem garantierten Prozentsatz der Nominale (häufig 100%) und einer Prämie, welche proportional von der Wertentwicklung eines Basiswertes zwischen Emissions- und Fälligkeitstag abhängt, zusammensetzt. Die Prämie berechnet sich als Anteil an der Differenz, um die der Kurs des Basiswertes am Fälligkeitstag den Kurs des Basiswertes am Emissionstag übersteigt. Sollte der Kurs gefallen sein, dann wird die Prämie mit 0 angesetzt.[28] Der Investor profitiert von einem steigenden Kurs des Basiswertes. Sinkt der Kurs hingegen, dann hat er keine Verluste zu tragen.

Bei kapitalgarantierten Produkten ist es nicht unüblich alle Auszahlungen (auch die Kupons) erst am Fälligkeitstag vorzunehmen.

Beispiel: ATX-Garantiezertifikate 1998-2000

Laufzeit	24.11.1998 bis 25.07.2000 (1 Jahr und 8 Monate)
Tilgungskurs	Nominale * (1 + b * ((ATX_T – ATX_0) / ATX_0)) jedoch mindestens a % der Nominale
Partizipation	b=50 %
Kapitalgarantie	a=95 %
ATX_0	Wert des ATX am 24.11.1998
ATX_T	Wert des ATX am 25.7.2000
Ausgabekurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

[28] In manchen Prospekten wird die Prämie als Verzinsung bezeichnet.

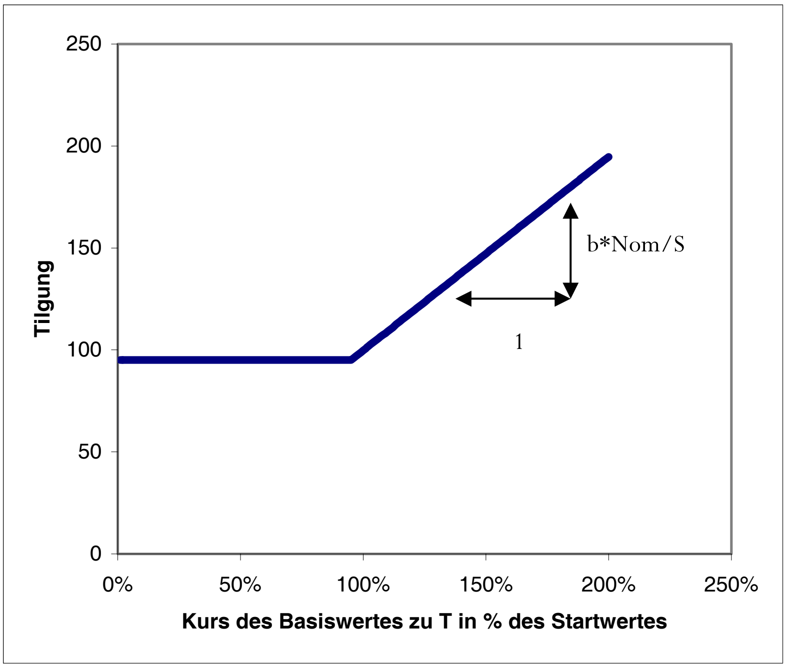

Abbildung 5.1: Zahlungsdiagramm von kapitalgarantierten Anleihen mit Call Option
Nominale 100, 95 % Kapitalgarantie und Partizipationsfaktor b

5.2.2 Zerlegung

Kapitalgarantierte Anleihen mit Europäischer Call Option können in eine Nullkuponanleihe und eine näher zu bestimmende Option zerlegt werden.

Im konkreten Fall kann man die Tilgung auch darstellen durch:

$$
\begin{aligned}
T &= \max\left(N \cdot a; N \cdot \left(1 + b \cdot \frac{S_T - S_0}{S_0}\right)\right) = \\
&= N \cdot a + \frac{N}{S_0} \max\left(0; (1-a) \cdot S_0 + b \cdot (S_T - S_0)\right) = \\
&= N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \max\left(0; S_T - S_0\left(1 - \frac{1-a}{b}\right)\right)
\end{aligned}
$$

Wobei

T	Tilgungsbetrag
N	Nominalwert
S_0	Ausgangskurs des Basiswertes
S_T	Kurs des Basiswertes bei Fälligkeit
a	garantierte Tilgung
b	Partizipationsfaktor

Die Zerlegung lautet:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Europäischer Call Option	=	+ Nullkuponanleihen + $\frac{Nennwert * b}{S_0}$ Europäische Call Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position

Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und garantierte Tilgungssumme der Anleihe. Zu beachten ist, dass die Cash Flows typischerweise erst am Fälligkeitstag anfallen.

Der Ausübungspreis der Option beträgt:

$$S_0\left(1-\frac{1-a}{b}\right)$$

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 25.07.2000, Nominalwert 950 Euro
- Kauf von 1000*0,5/$ATX_{24.11.98}$ Stück Europäischen Call Optionen auf den ATX mit einem Ausübungspreis von 0,9 (=1-(1-a)/b) * $ATX_{24.11.98}$ und Laufzeit bis zum 25.07.2000

Das Auszahlungsmuster der Tilgung von kapitalgarantierten Anleihen mit Europäischer Call Option werden in den Prospekten gelegentlich abweichend von der obigen Beschreibung angegeben als:

$$T = N \cdot \left(a + \frac{b}{100} \cdot \max\left(\frac{S_T - S_0}{S_0} \cdot 100;0\right)\right)$$

Wobei
T Tilgungsbetrag
N Nominalwert
S_0 Ausgangskurs des Basiswertes
S_T Kurs des Basiswertes bei Fälligkeit
a garantierte Tilgung
b Partizipationsfaktor

Oder anders dargestellt:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot \max(S_T - S_0; 0)$$

Auch hier entspricht die Partizipation am Basisinstrument einer Europäischen Call Option, allerdings mit einem Ausübungspreis von S_0.

5.2.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt über die relevanten Kassazinssätze. Zu beachten ist, dass typischerweise alle Zahlungen am Ende der Laufzeit anfallen. Für die Berechnung der Optionsprämie existiert unter den Black-Scholes Modellannahmen eine geschlossene Formel.

1. Fall: Währung der Anleihe und des Basiswertes sind gleich:

$$c = Se^{-qT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

c	Prämie einer Europäischen Call Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.1: Prämie einer Europäischen Call Option

Diese Formel gilt für Einzelaktien und Indizes. Handelt es sich beim Basiswert um einen Basket von Aktien, dann sind die Ausführungen in Abschnitt 4.5.3 zu beachten. Die Bewertungsformel lautet:

$$c = e^{-rT}\left[F \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2)\right]$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) + \sigma^2 \cdot T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

c	Prämie einer europäischen Call Option auf einen Future mit einem Futures Preis von F zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
σ	Volatilität des Futures Preises
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.2: Die Formel von Black für Call Optionen

2. Fall: die Währungen unterscheiden sich

Hier kann man drei Arten unterscheiden.

1. Sowohl der Kurs des Basiswertes am Emissions- als auch jener am Fälligkeitstag werden zu den jeweils gültigen Kassakursen umgerechnet. Die Berechnung der Tilgung lautet dann:

$$T = N \cdot \left(a + \frac{b}{100} \cdot \max\left(\frac{W_T S_T - W_0 S_0}{W_0 S_0} \cdot 100;0 \right) \right)$$

Wobei

T Tilgungsbetrag

N Nominalwert

S_0 Ausgangskurs des Basiswertes

S_T Kurs des Basiswertes bei Fälligkeit

a garantierte Tilgung

b Partizipationsfaktor

W_0 Wechselkurs am Emissionstag

W_T Wechselkurs am Fälligkeitstag

Oder anders dargestellt:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{W_0 S_0} \cdot \max(W_T S_T - W_0 S_0;0)$$

Der letzte Teil der Gleichung beschreibt eine Europäische Call Option. Diese wird genau dann ausgeübt, wenn der Kurs des Basiswertes in der

Anleihenwährung ($W_T S_T$) größer als der bereits bei der Emission bekannte Ausübungspreis von $W_0 S_0$ ist. Solche Optionen heißen "Foreign Equity Struck in Domestic Currency Options". Es existiert eine geschlossene Bewertungsformel.[29]

$$c = W_0 S_0 e^{-qT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(W_0 S_0 / K) + (r - q + \sigma_{WS}^2 / 2)T}{\sigma_{WS}\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_{WS}\sqrt{T}$$

c	Prämie einer Europäischen Call Option "Foreign Equity Struck in Domestic Currency" auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ_{WS}	Volatilität der Aktie in der Anleihenwährung
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.3: Prämie einer Foreign Equity Struck in Domestic Currency Call Option

Für die Volatilität des Basiswertes in der Anleihenwährung gilt:

$$\sigma_{WS} = \sqrt{\sigma_W^2 + \sigma_S^2 + 2\rho_{WS}\sigma_W\sigma_S}$$

Wobei

σ_S	Volatilität des Basiswertes in der eigenen Währung
σ_W	Volatilität des Wechselkurses
ρ_{WS}	Korrelation zwischen Basiswert und Wechselkurs

Im speziellen Fall, dass die Option at-the-money emittiert wurde, vereinfacht sich die Bewertungsformel zu:

$$c = W_0 S_0 \left(e^{-qT} N(d_1) - e^{-rT} N(d_2)\right)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{(r - q + \sigma_{WS}^2 / 2)T}{\sigma_{WS}\sqrt{T}}$$

[29] Vgl. E. G. Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S102 f

$$d_2 = d_1 - \sigma_{WS}\sqrt{T}$$

2. Die Veränderung des Kurses wird in der Ursprungswährung gemessen, aber dann in der Anleihenwährung ausbezahlt. Die Funktion zur Berechnung der Tilgung sieht dann so aus, als wären Anleihen- und Basiswertwährung gleich:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot \max(S_T - S_0;0)$$

Der Unterschied zur Auszahlungsfunktion, bei der Anleihen- und Basiswertwährung gleich sind, ist sehr subtil. Der Ausdruck max(S_T-S_0,0) bezeichnet üblicherweise eine Auszahlung in der Währung des Basisobjektes. Im konkreten Fall wird allerdings in Einheiten der Anleihenwährung (im Verhältnis 1:1 zur Währung des Underlyings) ausbezahlt. Auch solche Optionen, die als "Fixed Exchange Rate Foreign Equity" oder Quanto bezeichnet werden, sind mit einer geschlossenen Formel bewertbar:[30]

$$c = S_0 e^{(b-r)T} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

Wobei

$$b = r_f - q - \rho\sigma_W\sigma_S$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (b + \sigma_S^2 / 2)T}{\sigma_S\sqrt{T}} \quad , \qquad d_2 = d_1 - \sigma_S\sqrt{T}$$

c	Prämie einer Europäischen Quanto Call Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren. Die Auszahlung erfolgt 1:1 in Anleihenwährung.
r_f	Risikoloser Zinssatz der Währung des Basiswertes (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
r	Risikoloser Zinssatz der Anleihenwährung (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
ρ	Korrelation zwischen Wechselkurs und Basiswert
σ_W	Volatilität des Wechselkurses
σ_S	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.4: Prämie einer Quanto Call Option

[30] Vgl. E. G. Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S. 105f

3. Zu guter Letzt gibt es noch den Fall, dass die Veränderung des Kurses in der Ursprungswährung gemessen wird und dann zum Kassakurs in die Anleihenwährung umgerechnet wird.[31] Die Funktion zur Berechnung der Tilgung sieht dann genau so aus:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot W_T \max(S_T - S_0; 0)$$

Die Bewertung erfolgt dadurch, dass man die Option in der Währung des Basisobjektes mit der gewöhnlichen Formel von Black-Scholes bewertet. Der Wert in der Anleihenwährung ergibt sich durch einfaches Umrechnen zum jeweils aktuellen Kassawechselkurs.

[31] Das ist zum Beispiel der Fall, wenn die Prämie in der Währung des Basisobjekts ausbezahlt wird.

5.3 Europäische Put Option

5.3.1 Allgemeine Beschreibung

Kapitalgarantierte Produkte mit eingebetteter Europäischer Put Option zeichnen sich dadurch aus, dass sich die Tilgung aus einem garantierten Prozentsatz der Nominale (häufig 100%) und einer Prämie, welche proportional von der Wertentwicklung eines Basiswertes zwischen Emissions- und Fälligkeitstag abhängt, zusammensetzt. Die Prämie berechnet sich als Anteil an der Differenz, um die der Kurs des Basiswertes am Emissionstag den Kurs des Basiswertes am Fälligkeitstag übersteigt. Sollte der Kurs gestiegen sein, dann wird die Prämie mit null angesetzt.[32] Der Investor profitiert von einem sinkenden Kurs des Basiswertes ohne bei einem Anstieg Verluste in Kauf nehmen zu müssen.

Bei kapitalgarantierten Produkten ist es nicht unüblich alle Auszahlungen (auch die Kupons) erst am Fälligkeitstag vorzunehmen.

Beispiel: ATX-Garantiezertifikate 1998-2000

Laufzeit	24.11.1998 bis 25.07.2000 (1 Jahr und 8 Monate)
Tilgungskurs	Nominale * (1 + b * ((ATX_0 – ATX_T) / ATX_0)) jedoch mindestens a % der Nominale
Partizipation	b=50 %
Kapitalgarantie	a=95 %
ATX_0	Wert des ATX am 24.11.1998
ATX_T	Wert des ATX am 25.7.2000
Ausgabekurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

[32] In manchen Prospekten wird die Prämie als Verzinsung bezeichnet.

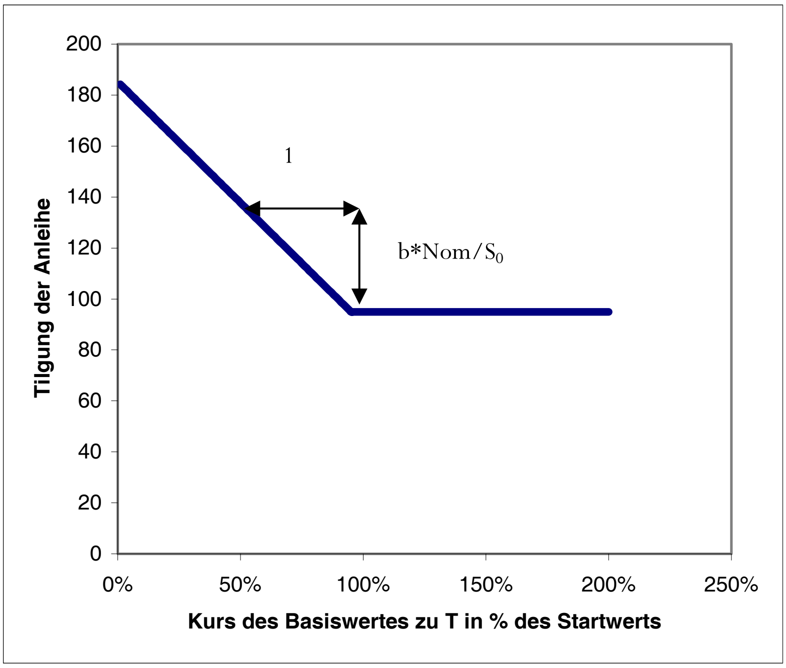

Abbildung 5.2: Zahlungsdiagramm von kapitalgarantierten Anleihen mit Put Option
Nominale 100, 95 % Kapitalgarantie und Partizipationsfaktor b

5.3.2 Zerlegung

Kapitalgarantierte Anleihen mit Europäischer Put Option können in eine Nullkuponanleihe und eine näher zu bestimmende Option zerlegt werden.

Im konkreten Fall kann man die Tilgung auch darstellen durch:

$$
\begin{aligned}
T &= \max\left(N \cdot a; N \cdot \left(1 + b \cdot \frac{S_0 - S_T}{S_0} \right) \right) = \\
&= N \cdot a + \frac{N}{S_0} \max\left(0; (1-a) \cdot S_0 + b \cdot (S_0 - S_T)\right) = \\
&= N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \max\left(0; \left(1 + \frac{1-a}{b} \right) \cdot S_0 - S_T \right)
\end{aligned}
$$

Wobei

T	Tilgungsbetrag
N	Nominalwert
S_0	Ausgangskurs des Basiswertes
S_T	Kurs des Basiswertes bei Fälligkeit
a	garantierte Tilgung
b	Partizipationsfaktor

Die Zerlegung ist schließlich:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Europäischer Put Option	=	+ Nullkuponanleihen + $\frac{Nennwert * b}{S_0}$ Europäische Put Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position

Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und garantierte Tilgungssumme der Anleihe. Zu beachten ist, dass die Cash Flows typischerweise erst am Fälligkeitstag anfallen.
Der Ausübungspreis der Option beträgt:

$$S_0\left(1+\frac{1-a}{b}\right)$$

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 25.7.2000, Nominalwert 950 Euro
- Kauf von 1000*0,5/$ATX_{24.11.98}$ Stück Europäischen Put Optionen auf den ATX mit einem Ausübungspreis von 1,1 (=1+(1-a)/b) * $ATX_{24.11.98}$ und Laufzeit bis zum 25.7.2000

Das Auszahlungsmuster der Tilgung von kapitalgarantierten Anleihen mit Europäischer Put Option werden in den Prospekten gelegentlich abweichend von der obigen Beschreibung angegeben als:

$$T = N \cdot \left(a + \frac{b}{100} \cdot \max\left(\frac{S_0 - S_T}{S_0} \cdot 100;0 \right) \right)$$

Wobei

T	Tilgungsbetrag
N	Nominalwert
S_0	Ausgangskurs des Basiswertes
S_T	Kurs des Basiswertes bei Fälligkeit
a	garantierte Tilgung
b	Partizipationsfaktor

Oder anders dargestellt:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot \max(S_0 - S_T;0)$$

Auch hier entspricht die Partizipation am Basisinstrument einer Europäischen Put Option mit einem Ausübungspreis von S_0.

5.3.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt über die relevanten Kassazinssätze. Zu beachten ist, dass typischerweise alle Zahlungen am Ende der Laufzeit anfallen. Für die Berechnung der Optionsprämie existiert unter den Black-Scholes Modellannahmen eine geschlossene Formel.

1. Fall: Währung der Anleihe und des Basiswertes sind gleich:

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - Se^{-qT}N(-d_1)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

p	Prämie einer Europäischen Put Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.5: Prämie einer Europäischen Put Option nach Black-Scholes

Diese Formel gilt für Einzelaktien und Indizes. Handelt es sich beim Basiswert um einen Basket von Aktien, dann sind die Ausführungen in Abschnitt 4.5.3 zu beachten. Die Bewertungsformel lautet:

$$p = e^{-rT}\left[K \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1)\right]$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) + \sigma^2 \cdot T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

p	Prämie einer europäischen Put Option auf einen Future mit einem Kurs von F zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
σ	Volatilität des Futures Preises
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.6: Die Formel von Black für Put Optionen

2. Fall: die Währungen unterscheiden sich

Hier kann man drei Arten unterscheiden.

1. Sowohl der Kurs des Basiswertes am Emissions- als auch jener am Fälligkeitstag werden zu den jeweils gültigen Kassakursen umgerechnet. Die Berechnung der Tilgung lautet dann:

$$T = N \cdot \left(a + \frac{b}{100} \cdot \max\left(\frac{W_0 S_0 - W_T S_T}{W_0 S_0} \cdot 100;0 \right) \right)$$

Wobei

T	Tilgungsbetrag
N	Nominalwert
S_0	Ausgangskurs des Basiswertes
S_T	Kurs des Basiswertes bei Fälligkeit
a	garantierte Tilgung
b	Partizipationsfaktor
W_0	Wechselkurs am Emissionstag
W_T	Wechselkurs am Fälligkeitstag

Oder anders dargestellt:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{W_0 S_0} \cdot \max\left(W_0 S_0 - W_T S_T ;0 \right)$$

Der letzte Teil der Gleichung beschreibt eine Europäische Put Option. Diese wird genau dann ausgeübt, wenn der Kurs des Basiswertes in der Anleihenwährung ($W_T S_T$) kleiner als der bereits bei der Emission bekannte Ausübungspreis von $W_0 S_0$ ist. Solche Optionen heißen "Foreign Equity Struck in Domestic Currency Options". Es existiert eine geschlossene Bewertungsformel.[33]

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - W_0 S_0 e^{-qT}N(-d_1)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(W_0 S_0 / K) + (r - q + \sigma_{WS}^2 / 2)T}{\sigma_{WS}\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_{WS}\sqrt{T}$$

p	Prämie einer Europäischen Put Option "Foreign Equity Struck in Domestic Currency" auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ_{WS}	Volatilität der Aktie in der Anleihenwährung
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.7: Prämie einer Foreign Equity Struck in Domestic Currency Put Option

Für die Volatilität des Basiswertes in der Anleihenwährung gilt:

$$\sigma_{WS} = \sqrt{\sigma_W^2 + \sigma_S^2 + 2\rho_{WS}\sigma_W\sigma_S}$$

Wobei

σ_S	Volatilität des Basiswertes in der eigenen Währung
σ_W	Volatilität des Wechselkurses
ρ_{WS}	Korrelation zwischen Basiswert und Wechselkurs

Im speziellen Fall, dass die Option at-the-money emittiert wurde, vereinfacht sich die Bewertungsformel zu:

$$p = W_0 S_0 \left(e^{-rT}N(-d_2) - e^{-qT}N(-d_1)\right)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{(r - q + \sigma_{WS}^2 / 2)T}{\sigma_{WS}\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_{WS}\sqrt{T}$$

[33] Vgl. E. G. Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S. 102f

2. Die Veränderung des Kurses wird in der Ursprungswährung gemessen, aber dann in der Anleihenwährung ausbezahlt. Die Funktion zur Berechnung der Tilgung sieht dann genau so aus, wie für den Fall, dass Anleihen- und Basiswertwährung gleich sind:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot \max(S_0 - S_T; 0)$$

Der Unterschied zur Auszahlungsfunktion, bei der Anleihen- und Basiswertwährung gleich sind, ist sehr subtil. Der Ausdruck max(S_0-S_T,0) bezeichnet üblicherweise eine Auszahlung in der Währung des Basisobjektes. Im konkreten Fall wird allerdings in Einheiten der Anleihenwährung (im Verhältnis 1:1 zur Währung des Underlyings) ausbezahlt. Auch solche Optionen, die als "Fixed Exchange Rate Foreign Equity" oder Quanto bezeichnet werden, sind mit einer geschlossenen Formel bewertbar:[34]

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{(b-r)T} N(-d_1)$$

Wobei

$$b = r_f - q - \rho \sigma_W \sigma_S$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (b + \sigma_S^2 / 2)T}{\sigma_S \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_S \sqrt{T}$$

P	Prämie einer Europäischen Quanto Put Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren. Die Auszahlung erfolgt 1:1 in Anleihenwährung.
r_f	Risikoloser Zinssatz der Währung des Basiswertes (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
R	Risikoloser Zinssatz der Anleihenwährung (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
Q	Dividendenrendite
ρ	Korrelation zwischen Wechselkurs und Basiswert
σ_W	Volatilität des Wechselkurses
σ_S	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.8: Prämie einer Quanto Put Option

[34] Vgl. E. G. Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S. 105f

3. Zu guter Letzt gibt es noch den Fall, dass die Veränderung des Kurses in der Ursprungswährung gemessen wird und dann zum Kassakurs in die Anleihenwährung umgerechnet wird. Die Funktion zur Berechnung der Tilgung sieht dann genau so aus:

$$T = N \cdot a + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot W_T \max\left(S_0 - S_T ;0\right)$$

Die Bewertung erfolgt dadurch, dass man die Option in der Währung des Basisobjektes mit der gewöhnlichen Formel von Black-Scholes bewertet. Der Wert in der Anleihenwährung ergibt sich durch einfaches Umrechnen zum jeweils aktuellen Kassawechselkurs.

5.4 Asiatische Option (average rate)

5.4.1 Allgemeine Beschreibung

Bei kapitalgarantierten Produkten mit einer Asiatischen Option hängt der am Ende der Laufzeit ausbezahlte Betrag vom Durchschnittspreis des Basisobjekts ab. Der Durchschnitt wird über Kurse des Basisobjektes, welche in regelmäßigen Abständen gemessen werden, z.B. jährlich oder halbjährlich, berechnet.

Beispiel: Equity Linked Bond

Laufzeit	30.11.1998 bis 29.11.2003 (5 Jahre)
Tilgungskurs	Nominale (N)+ Prämie Prämie= $N \times \max\left(0; 60\% * \frac{\varnothing ATX_T - ATX_0}{ATX_0}\right)$
Partizipation	b=60 %
Kapitalgarantie	100 %
ATX_0	Schlusskurs am 30.11.1998
$\varnothing ATX_T$	arithmetischer Durchschnittswert von 20 Quartalskursen, beginnend am 30.11.1998, plus dem Kurs am 17.11.2003; das sind 21 Beobachtungstage.
Ausgabekurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

Die Häufigkeit der Feststellung des Werts des Basisobjekts ist von Produkt zu Produkt sehr unterschiedlich. Die Durchschnittskurse werden meist auf Basis von täglichen, wöchentlichen oder monatlichen Werten berechnet.[35]

Je nachdem ob eine Asiatische Call oder Put Option eingebettet ist, berechnet sich die Höhe der Tilgung nach folgenden Formeln:

[35] Es gibt zwei Arten von Asiatischen Optionen. Im Beispiel handelt es sich um eine average rate Option. Falls der Ausübungspreis als Durchschnitt von Kursen berechnet wird, dann bezeichnet man sie als average strike Option.

1) Call Option (wie im Beispiel):

$$T = N + N \cdot \max\left(0; b \cdot \left(\frac{\varnothing S_T - S_0}{S_0}\right)\right)$$

oder anders

$$T = N + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot \max(0; \varnothing S_T - S_0)$$

2) Put Option:

$$T = N + N \cdot \max\left(0; b \cdot \left(\frac{S_0 - \varnothing S_T}{S_0}\right)\right)$$

oder anders

$$T = N + \frac{N \cdot b}{S_0} \cdot \max(0; S_0 - \varnothing S_T)$$

Wobei

T	Tilgungsbetrag
N	Nominalwert
S_0	Ausgangskurs des Basiswertes
$\varnothing S_T$	Durchschnittskurs bei Fälligkeit
b	Partizipationsfaktor

Asiatische Optionen bergen ein geringeres Risiko, da der Wert des Basisobjekts nicht an einem bestimmten Zeitpunkt, sondern über einen längeren Zeitraum beobachtet wird.

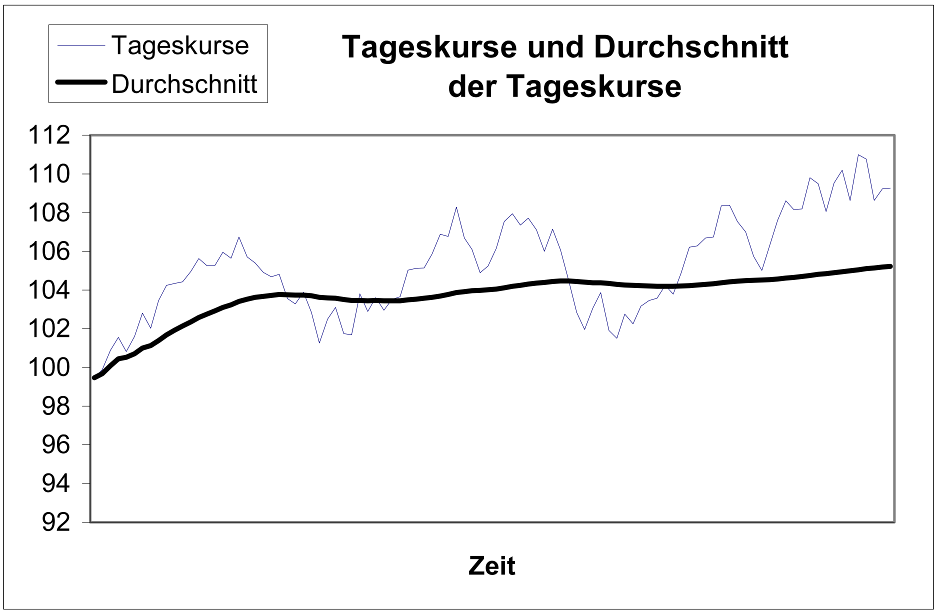

Abbildung 5.3: Die Tageskurse sind volatiler als deren Durchschnitt

5.4.2 Zerlegung

Kapitalgarantierte Anleihen mit eingebetteter Asiatischer Call Option können zerlegt werden in:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Asiatischer Call Option	=	+ Nullkuponanleihen + $\frac{Nennwert*b}{S_0}$ Asiatische Call Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position

Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und garantierte Tilgungssumme der Anleihe. Zu beachten ist, dass die Cash Flows typischerweise erst am Fälligkeitstag anfallen. Der Ausübungspreis der Option beträgt S_0.

Kapitalgarantierte Anleihen mit eingebetteter Asiatischer Put Option können zerlegt werden in:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Asiatischer Put Option	=	+ Nullkuponanleihen + $\frac{Nennwert*b}{S_0}$ Asiatische Put Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position

Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und garantierte Tilgungssumme der Anleihe. Zu beachten ist, dass die Cash Flows typischerweise erst am Fälligkeitstag anfallen. Der Ausübungspreis der Option beträgt S_0.

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 29.11.2003, Nominalwert 1000 Euro
- Kauf von 1000*0,6/$ATX_{30.11.98}$ Stück Asiatische Call Optionen auf den ATX mit einem Ausübungspreis von $ATX_{30.11.98}$ und Laufzeit bis zum 29.11.2003

5.4.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt über die relevanten Kassazinssätze. Asiatische Optionen, deren Zahlungen auf Basis eines geometrischen

Durchschnitts ermittelt werden, sind relativ einfach zu bewerten. Es gibt eine geschlossene Formel. [36]
Da die Verzinsung von Asiatischen Anleihen in der Regel jedoch vom arithmetischen Durchschnittskurs des Basisobjekts abhängt, kann diese einfache Formel für die exakte Wertermittlung nicht herangezogen werden. Da der arithmetische Durchschnitt eines log-normalverteilten Kurses nicht log-normalverteilt ist, können diese Optionen nur mittels numerischer Verfahren oder mit Hilfe analytischer Approximationen bewertet werden. Approximationen wurden z.B. von Turnbull and Wakeman (1991), Levy (1992) und Curran (1992) entwickelt.[37] Im Modell von Curran kann der Wert einer Asiatischen Option mit folgender Formel angenähert werden:

$$c \approx e^{-rT}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e^{\mu_i+\sigma_i^2/2} N\left(\frac{\mu-\ln(\hat{K})}{\sigma_x}+\frac{\sigma_{xi}}{\sigma_x}\right)-KN\left(\frac{\mu-\ln(\hat{K})}{\sigma_x}\right)\right]$$

$$\mu_i = \ln(S)+(r-q-\sigma^2/2)t_i$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2[t_1+(i-1)\Delta t]}$$

$$\sigma_{xi} = \sigma^2\{t_1+\Delta t[(i-1)-i(i-1)/(2n)]\}$$

$$\mu = \ln(S)+(r-q-\sigma^2/2)[t_1+(n-1)\Delta t/2]$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2[t_1+\Delta t(n-1)(2n-1)/6n]}$$

$$\hat{K} = 2K-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\exp\left\{\mu_i+\frac{\sigma_{xi}[\ln(K)-\mu]}{\sigma_x^2}+\frac{\sigma_i^2-\sigma_{xi}^2/\sigma_x^2}{2}\right\}$$

C	Prämie einer Asiatischen Call Option
S	aktueller Wert des Basisobjekts
K	Ausübungspreis
R	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
Q	Dividendenrendite
T	Laufzeit in Jahren
t_1	erster Wertermittlungszeitpunkt
Δt	Zeit zwischen den Wertermittlungszeitpunkten
N	Anzahl der Wertermittlungen
σ	Volatilität des Basisobjekts
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.9: Approximation von Curran für Asiatische Call Optionen

[36] Vgl. E. G. Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S 96

[37] Vgl. E. G. Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S 97ff

5.5 Call Option mit oberer Schranke

5.5.1 Allgemeine Beschreibung

Bei kapitalgarantierten Anleihen mit Call Option kann die zu tilgende Summe im Prinzip beliebig groß werden. Bei den hier beschriebenen Emissionen gibt es zusätzlich einen Höchstwert für die Tilgung in Prozent des Nominalwertes. Der Inhaber partizipiert nur bis zu einem bestimmten Maximalwert an der relativen Wertsteigerung des Basisobjekts.[38]

Der Emittent verspricht einen Tilgungskurs, welcher proportional zur Veränderung des Kurses des Basiswerts ist. Er garantiert für den Fall, dass der Kurs des Basiswertes sinkt, einen Mindesttilgungskurs. Er schränkt die Partizipation ein, in dem er sie nach oben begrenzt.

Beispiel: Europa Garantie

Laufzeit	15.12.1998 bis 13.12.2002 (4 Jahre)
Tilgungskurs	Der Tilgungskurs in Prozent der Nominale ist proportional zur Entwicklung des Basiswerts (S_T/S_0), mindestens 100%, höchstens 109% oder als Formel: $T = \text{Nominale} * (100\,\% + \min(9\%;\max(0\%;(S_T - S_0)/S_0)))$
S_0	Schlusskurs der XY Aktie am 15.12.1998
S_T	Schlusskurs der XY Aktie am 13.12.2002
Ausgabekurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

Steigt der Kurs des Basiswerts zwischen Emissions- und Fälligkeitstag, dann partizipiert der Investor bis zu einer maximalen Rate von 9%.

[38] Man spricht von einem „Capped Call". Unter einem Capped Call versteht man die Kombination einer Long Position in einer Call Option c_1 mit einem niedrigen Ausübungspreis X_1 und einer Short Position in einer Call Option c_2 mit einem höheren Ausübungspreis X_2. Sobald der Wert des Basisobjekts die Obergrenze X_2 erreicht, wird der Inhaber der Option c_2 sein Recht ausüben und die weitere Wertsteigerung des Basisobjekts für sich beanspruchen.

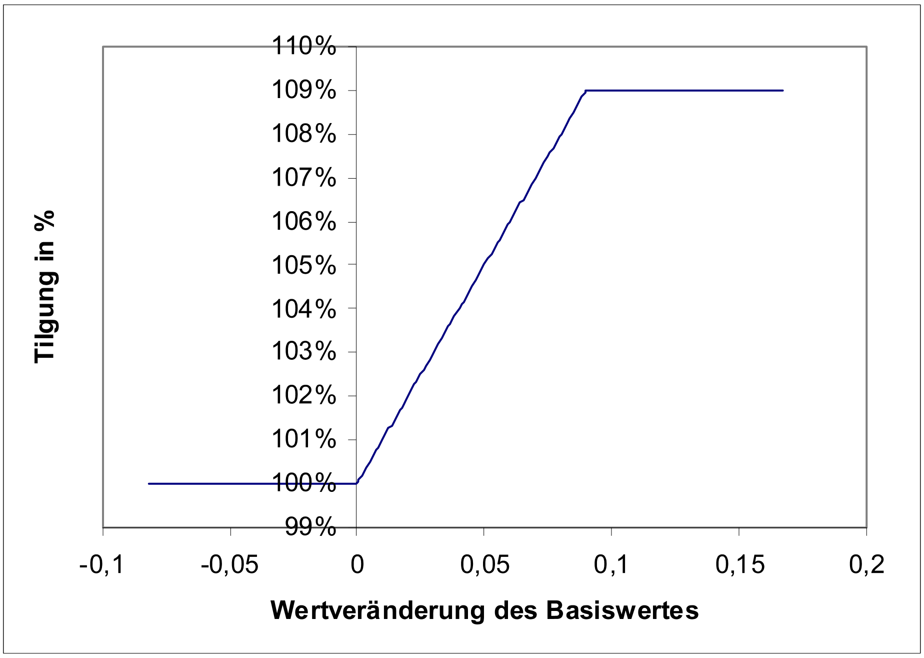

Abbildung 5.4: Garantierte Tilgung 100%, Partizipation an der positiven Veränderung des Basiswertkurses, maximale Tilgung 109% (Das Auszahlungsmuster in der Abbildung entspricht genau der Tilgung des Beispiels.)

5.5.2 Zerlegung

Um eine Zerlegung zu finden, sucht man eine andere Schreibweise für die Formel zur Berechnung der Tilgungssumme.

$$
\begin{aligned}
T &= N \cdot \left(1 + \min\left(a; \max\left(\frac{S_T - S_0}{S_0}; 0\right)\right)\right) = \\
&= N + N \cdot \max\left(\frac{S_T - S_0}{S_0}; 0\right) - N \cdot \max\left(\frac{S_T - S_0}{S_0} - 0{,}09; 0\right) = \\
&= N + \frac{N}{S_0}\max(S_T - S_0; 0) - \frac{N}{S_0}\max(S_T - (1+a)\cdot S_0; 0)
\end{aligned}
$$

Wobei a der Höchstwert (im Beispiel 9%) als Dezimalzahl ist.
Aus der Abbildung wird unmittelbar ersichtlich, dass kapitalgarantierte Produkte mit Europäischer Call Option und nach oben beschränkter Partizipation als Portfolio aus einer Nullkuponanleihe, Kauf einer Europäischen Call Option mit Ausübungspreis S_0 und Verkauf einer Europäischen Call Option mit Ausübungspreis $(1+a) * S_0$ dargestellt werden können.

Die Zerlegung lautet also:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Europäischer Call Option und oberer Schranke	=	+ Nullkuponanleihen $+ \frac{Nennwert}{S_0}$ Europäische Call Optionen 1 $- \frac{Nennwert}{S_0}$ Europäische Call Optionen 2

Wobei
+ = Kauf dieser Position
- = Verkauf dieser Position

Nominalwerte der Nullkuponanleihen: Kuponzahlungen und garantierte Tilgungssumme der Anleihe. Zu beachten ist, dass die Cash Flows typischerweise erst am Fälligkeitstag anfallen.

Der Ausübungspreis der Option 1 beträgt S_0, jener der Option 2 beträgt $(1+a)S_0$.

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1000 Euro
- Kauf von $1000/S_0$ Stück Europäische Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_0 und Laufzeit bis zum 13.12.2002
- Verkauf von $1000/S_0$ Stück Europäische Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von 1,09 S_0 und Laufzeit bis zum 13.12.2002

5.5.3 Bewertung

Da das Produkt in Nullkuponanleihen und Europäische Call Optionen zerlegt werden kann, erfolgt die Bewertung des Produktes analog zu den Ausführungen in Abschnitt 5.2.3.

5.6 Forward Start Call und Put Optionen

5.6.1 Allgemeine Beschreibung

Während bei konventionellen Optionen der Ausübungspreis von Anfang an bekannt ist, wird dieser bei Forward Start Optionen erst während der Laufzeit bestimmt. Dies geschieht natürlich nicht vollkommen willkürlich. Typischerweise wird ein bei Emission bestimmter Prozentsatz des Kurses des Basiswertes an einem wiederum von Anfang an bekannten Tag während der Laufzeit als Ausübungspreis festgesetzt.
Es ist durchaus üblich solche Optionen in kapitalgarantierte Produkte einzubetten.

Beispiel: Europa Garantie

Laufzeit	15.12.1998 bis 13.12.2002 (4 Jahre)
Tilgungskurs	Der Tilgungskurs in Prozent der Nominale ist proportional zu Entwicklung des Basiswerts (S_T/S_0), mindestens 100%, höchstens 109% oder als Formel: $T = \text{Nominale} * (100\,\% + \min(9\%;\max(0\%;(S_T - S_t)/S_t)))$
S_t	Schlusskurs der XY Aktie am 13.12.1999
S_T	Schlusskurs der XY Aktie am 13.12.2002
Ausgabekurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

Steigt der Kurs des Basiswerts zwischen 13.12.1999 und Fälligkeitstag, dann partizipiert der Investor bis zu einer maximalen Rate von 9%. Dieses Beispiel unterscheidet sich von jenem im Abschnitt 5.5 nur durch die Tatsache, dass der konkrete Ausübungskurs erst nach einem Jahr bestimmt wird.

In der Praxis beobachtbar sind Produkte mit Europäischen Forward Start Call und Put und mit Asiatischen Forward Start Call Optionen.

5.6.2 Zerlegung

Um die passende Zerlegung zu finden, ist zuerst festzustellen, wie der Tilgungskurs vom Basiswert abhängt. Ist eine Put oder Call Option eingebettet? Ist die Option Europäischer oder Asiatischer Art? Ist dies geschehen, dann ist nur mehr sicher zu stellen, dass die Forward Start Eigenschaft korrekt abgebildet wird.

Die Zerlegung lautet:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Forward Start Optionen	=	+ Nullkuponanleihen + Portfolio aus Forward Start Optionen

Wobei
+ = Kauf dieser Position

Nachdem der Ausübungspreis festgesetzt wurde, handelt es sich um konventionelle Europäische (Asiatische) Optionen. Die Zerlegung erfolgt dann wie in den Abschnitten 5.2, 5.3 und 5.4.

Beim Produkt aus dem Beispiel erfolgt die Analyse wie im Abschnitt 5.5. Der Tilgungsbetrag lässt sich darstellen als:

$$\begin{aligned}
T &= N \cdot \left(1 + \min\left(a; \max\left(\frac{S_T - S_t}{S_t};0\right)\right)\right) = \\
&= N + N \cdot \max\left(\frac{S_T - S_t}{S_t};0\right) - N \cdot \max\left(\frac{S_T - S_t}{S_t} - 0{,}09;0\right) = \\
&= N + \frac{N}{S_t}\max(S_T - S_t;0) - \frac{N}{S_t}\max(S_T - (1+a)S_t;0)
\end{aligned}$$

Die Tilgung lässt sich in eine Nullkuponanleihe und zwei Europäische Forward Start Call Optionen zerlegen. Das Portfolio aus Forward Start Optionen hat also folgende Zusammensetzung:

+ Portfolio aus Forward Start Optionen =
+ $\frac{Nennwert}{S_t}$ Europäische Forward Start Call Optionen 1
- $\frac{Nennwert}{S_t}$ Europäische Forward Start Call Optionen 2

Wobei
+ = Kauf dieser Position
- = Verkauf dieser Position

Der Ausübungspreis der Option 1 beträgt S_t, jener der Option 2 beträgt (1+a) S_t.

Diese Zerlegung ist insofern nicht brauchbar, als die Anzahl der Optionen bei Emission (=Nennwert/ S_t) unbekannt ist. Erst ab dem Zeitpunkt t kann man das Produkt mit diesem Portfolio replizieren. Wie man weiter unten sehen wird, existiert für Optionen der Gestalt

$$\frac{1}{S_t}\max(0; S_T - b \cdot S_t) \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{S_t}\max(0; b \cdot S_t - S_T)$$

eine sehr einfache analytische Bewertungsformel. Nennt man diese speziellen Optionen "relative" Forward Start Optionen, so ergibt sich folgende Zerlegung für das Portfolio aus Forward Start Optionen:

+ Portfolio aus Forward Start Optionen =
+ Nennwert * "relative" Europäische Forward Start Call Optionen 1
- Nennwert * "relative" Europäische Forward Start Call Optionen 2

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1000 Euro
- Kauf von 1000 Stück "relative" Europäische Forward Start Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_t (=Kurs vom 13.12.1998) und Laufzeit bis zum 13.12.2002
- Verkauf von 1000 Stück "relative" Europäische Forward Start Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von 1,09 S_t und Laufzeit bis zum 13.12.2002

5.6.3 Bewertung

Die Nullkuponanleihen werden über die relevanten Kassazinsen bewertet. Für Asiatische Forward Start Optionen gibt es keine geschlossene Formel. Sie müssen mittels numerischer Verfahren bewertet werden.

Für "relative" Europäische Forward Start Optionen lässt sich eine schöne geschlossene Formel angeben. In einem ersten Schritt betrachte man den Wert einer gewöhnlichen Europäischen Option zum Zeitpunkt t.

$$c(S_t, t, K, T) = S_t e^{-q(T-t)} N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2)$$
$$p(S_t, t, K, T) = K e^{-r(T-t)} N(-d_2) - S_t e^{-q(T-t)} N(-d_1)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

$c(S_t,t,K,T)$ bzw. $p(S_t,t,K,T)$	Prämie einer Europäischen Call (Put) Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S_t zu t. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag zum Zeitpunkt T.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Für die "relative" Forward Start Option Europäischer Art bedeutet dies, dass zum Zeitpunkt der Festsetzung des Ausübungskurses (=t) ihr Wert folgendermaßen lautet:

$$rfsc\left(S_t,t,\alpha,T\right) = e^{-q(T-t)}N(d_1) - \alpha e^{-r(T-t)}N(d_2)$$

$$rfsp\left(S_t,t,\alpha,T\right) = \alpha e^{-r(T-t)}N(-d_2) - e^{-q(T-t)}N(-d_1)$$

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(1/\alpha) + (r - q + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

$rfsc(S_t,t,\alpha,T)$ bzw. $rfsp(S_t,t,\alpha,T)$	Prämie einer "relativen" Forward Start Europäischen Call (Put) Option zum Zeitpunkt t. Der Ausübungspreis ist αS_t und der Verfallstag T.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Aus den Formeln ist klar ersichtlich, dass der Wert der "relativen" Forward Start Optionen zum Zeitpunkt t nicht vom Kurs des Basisobjektes abhängt.[39] Der Wert zum Zeitpunkt 0 kann daher einfach durch Diskontierung mit dem Kassazinssatz berechnet werden kann. Also:

[39] Dies bedeutet, dass das Delta der Option (erste Ableitung der Bewertungsformel nach dem Basiswert) bis zum Zeitpunkt der Festsetzung gleich 0 ist!

$$rfsc\left(S_t,0,\alpha,T\right)=e^{-rt}\left(e^{-q(T-t)}N(d_1)-\alpha e^{-r(T-t)}N(d_2)\right)$$

$$rfsp\left(S_t,0,\alpha,T\right)=e^{-rt}\left(\alpha e^{-r(T-t)}N(-d_2)-e^{-q(T-t)}N(-d_1)\right)$$

Wobei

$$d_1=\frac{\ln(1/\alpha)+(r-q+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2=d_1-\sigma\sqrt{T-t}$$

$rfsc(S_t,0,\alpha,T)$ bzw. $rfsp(S_t,0,\alpha,T)$	Prämie einer "relativen" Europäischen Forward Start Call (Put) Option zum Zeitpunkt 0. Der Ausübungspreis ist αS_t, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.10: Prämie von "relativen" Europäischen Forward Start Optionen

Ab dem Zeitpunkt t (=Festsetzung des Ausübungspreises) handelt es sich um konventionelle Europäische (Asiatische) Optionen. Die Bewertung erfolgt analog zu jener in den Abschnitten 5.2, 5.3 und 5.4.

5.7 Folge von Call und Put Optionen (Cliquet oder Ratchet Optionen)

5.7.1 Allgemeine Beschreibung

Die Tilgungssumme von kapitalgarantierten Produkten hängt in vielen Fällen nicht ausschließlich von der Performance des Basiswertes zwischen Emission und Fälligkeit ab. Es ist nicht unüblich die Laufzeit der Anleihe in so genannte Beobachtungsperioden zu unterteilen. In jeder von diesen wird in Abhängigkeit von der Entwicklung des Basiswerts eine Prämie gutgeschrieben. Die Prämien werden am Ende der Laufzeit zur garantierten Tilgung addiert und dem Investor ausgezahlt.[40]

Drei Dinge gilt es bei diesen Produkten zu beachten:

1. Wie werden die Prämien berechnet?

2. Sind die Ausübungspreise am Emissionstag bekannt oder werden sie erst während der Laufzeit konkret bestimmt?

3. Wann werden die Prämien ausbezahlt? Was ist zu tun, wenn der Berechnungstag der Prämie nicht mit dem Auszahlungstag übereinstimmt?

ad 1. In den Prospekten, welche diesem Handbuch zur Untersuchung vorlagen, fanden sich Prämien, welche durch Europäische Call und Put Optionen, Asiatische Call Optionen und Binäre Barriere Optionen nachgebildet werden konnten. Die Berechnung der Prämien kann also sehr heterogen sein.

ad 2. Beide Varianten kommen vor und müssen selbstverständlich korrekt abgebildet werden. Näheres dazu in den Beispielen.

ad 3. Wie bereits erwähnt, werden die Prämien typischerweise am Ende der Laufzeit ausbezahlt. Wenn das der Fall ist, so ist die Prämie mit dem Zinssatz, welcher für den Zeitraum zwischen Prämienberechnung und Auszahlung relevant ist, zu diskontieren.

[40] In Einzelfällen werden die Prämien nicht am Ende der Laufzeit sondern sofort ausbezahlt.

Zur Illustration werden an dieser Stelle zwei Beispiele für kapitalgarantierte Produkte mit einer eingebetteten Folge von Optionen vorgestellt.

Beispiel 1: Folge von Europäischen Call Optionen

Laufzeit	15.12.1999 bis 13.12.2002 (3 Jahre)
Tilgungskurs in % der Nominale	$T = 100 + \frac{3}{4} \cdot \left[\sum_{i=1}^{3} \max\left(0; \frac{S_i - S_0}{S_0}\right) \right]$
S_0	Schlusskurs des ATX am 13.12.1999
S_i	S_1: Schlusskurs des ATX am 13.12.2000 S_2: Schlusskurs des ATX am 13.12.2001 S_3: Schlusskurs des ATX am 13.12.2002
Ausgabekurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

Eine Analyse des Produktes nach den oben angegebenen Punkten ergibt:

ad 1. Die Berechnung der Prämien erfolgt unabhängig voneinander im Jahresabstand. Die Formel für die Einzelprämie lautet:

$$\frac{3}{4} \max\left(0; \frac{S_i - S_0}{S_0}\right) = \frac{3}{4S_0} \max(0; S_i - S_0)$$

Es handelt sich um eine eingebettete Europäische Call Option.

ad 2. Die Ausübungspreise sind bei der Emission bekannt.

ad 3. Die Prämien werden am Ende der Laufzeit und nicht bei Fälligkeit der Option ausgezahlt. Der in 1. angegebene Cash Flow muss also mit dem relevanten Kassazinssatz diskontiert werden. Zum Zeitpunkt t=i, lautet der Wert der Auszahlung daher korrekterweise:

$$e^{-r_i(4-i)} \frac{3}{4S_0} \max(0; S_i - S_0)$$

wobei r_i der Kassazinssatz zum Zeitpunkt i für eine Veranlagung vom Zeitpunkt i bis zum Zeitpunkt 4 ist. Nimmt man an, dass die (stochastische) Entwicklung der Kassazinsen von jener des Basiswertes unabhängig ist, dann gilt für den Wert des Cash Flows zum Zeitpunkt t:

$$\text{Wert}(t) = e^{-f[t;i,4](4-i)} \cdot \frac{3}{4S_0} \cdot c(S_t, t, S_o, i)$$

wobei f(t;i,4) der Terminzinssatz im Zeitpunkt t für den Zeitraum i bis 4, und $c(S_t,t,S_0,i)$ der Wert zum Zeitpunkt t einer Europäischen Call Option mit einem Ausübungspreis von S_0 und Fälligkeit zum Zeitpunkt i ist.

Beispiel 2: Folge von Forward Start Europäischen Call Optionen

Laufzeit	15.12.1999 bis 13.12.2002 (3 Jahre)
Tilgungskurs in % der Nominale	$T = 100 + \frac{3}{4} \cdot \left[\sum_{i=1}^{3} \max\left(0; \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} \right) \right]$
S_i	S_0: Schlusskurs des ATX am 13.12.1999 S_1: Schlusskurs des ATX am 13.12.2000 S_2: Schlusskurs des ATX am 13.12.2001 S_3: Schlusskurs des ATX am 13.12.2002
Ausgabekurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

Die Analyse dieses Produktes ergibt ein ähnliches Ergebnis wie beim ersten Beispiel. Der einzige Unterschied besteht darin, dass es sich um eine Forward Start Option handelt.[41]

5.7.2 Zerlegung

Die Zerlegung der Produkte ergibt sich als unmittelbare Konsequenz aus der obigen Analyse.

1. Fall: Es handelt sich um eine Folge von Call oder Put Optionen, bei denen die Ausübungspreise bekannt sind und die Prämien unmittelbar nach der Berechnung ausbezahlt werden.

Die Zerlegung lautet:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Folge von Call oder Put Optionen mit bekanntem Ausübungspreis, sofortige Auszahlung der Prämie	=	+ Nullkuponanleihen $+ \sum \frac{b}{S_0}$ Call oder Put Optionen

[41] Näheres über Forward Start Optionen im Abschnitt 5.6.

Wobei

+	=	Kauf dieser Position
b	=	Partizipationsfaktor

Der Ausübungspreis der Optionen ist S_0.

2. Fall: Es handelt sich um eine Folge von Call oder Put Optionen, bei denen die Ausübungspreise bekannt sind und die Prämien am Ende der Laufzeit der Anleihe ausbezahlt werden.

Die Zerlegung lautet:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Folge von Call oder Put Optionen mit bekanntem Ausübungspreis, Prämie wird am Ende der Laufzeit ausbezahlt	=	+ Nullkuponanleihen $+\sum b \cdot \frac{e^{-f(t;i,T)(T-i)}}{S_0}$ Call oder Put Optionen

Wobei

+	=	Kauf dieser Position
b	=	Partizipationsfaktor
f(t;i,T)	=	Terminzinssatz zum Zeitpunkt t (=Zeitpunkt der Bewertung und Zerlegung) für Veranlagungen zwischen dem Zeitpunkt i der Fälligkeit der Option (=Berechnung der Prämie) und dem Zeitpunkt T der Fälligkeit der Anleihe

Der Ausübungspreis der Option ist S_0. Zu beachten ist, dass die Anzahl der zur Replikation benötigten Optionen vom Terminzinssatz abhängt und daher während der Laufzeit nicht konstant ist.

3. Fall: Es handelt sich um eine Folge von Forward Start Call oder Put Optionen. Die Prämien werden unmittelbar nach Berechnung ausbezahlt.

Die Zerlegung lautet:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Folge von Forward Start Call oder Put Optionen, sofortige Auszahlung der Prämie	=	+ Nullkuponanleihen +Σ b relative Forward Start Call oder Put Optionen

Wobei

+	=	Kauf dieser Position
b	=	Partizipationsfaktor

Der Ausübungspreis der relativen Optionen i ist S_{i-1}.

4. Fall: Es handelt sich um eine Folge von Forward Start Call oder Put Optionen. Die Prämien werden am Ende der Laufzeit der Anleihe ausbezahlt.

Die Zerlegung lautet:

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Folge von Call oder Put Optionen mit bekanntem Ausübungspreis, Prämie wird am Ende der Laufzeit ausbezahlt	=	+ Nullkuponanleihen $+\sum x_i$ relative Call oder Put Optionen

Wobei

+	=	Kauf dieser Position
b	=	Partizipationsfaktor
x_i	=	Stück der Option i $\left(x_i = b \cdot e^{-f(t;i,T)(T-i)}\right)$
f(t;i,T)	=	Terminzinssatz zum Zeitpunkt t (=Zeitpunkt der Bewertung und Zerlegung) für Veranlagungen zwischen dem Zeitpunkt i der Fälligkeit der Option (=Berechnung der Prämie) und dem Zeitpunkt T der Fälligkeit der Anleihe

Der Ausübungspreis der relativen Option i ist S_{i-1}. Zu beachten ist, dass die Anzahl der zur Replikation benötigten Optionen vom Terminzinssatz abhängt und daher während der Laufzeit nicht konstant ist.

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel 1 am Emissionstag (t=0) replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1000 Euro
- Kauf von $1000 \cdot \frac{3}{4} \cdot e^{-f(0;1,3)2} \cdot \frac{1}{S_0}$ Stück Europäische Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_0 und Laufzeit bis zum 13.12.2000
- Kauf von $1000 \cdot \frac{3}{4} \cdot e^{-f(0;2,3)} \cdot \frac{1}{S_0}$ Stück Europäische Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_1 und Laufzeit bis zum 13.12.2001
- Kauf von $1000 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{S_0}$ Stück Europäische Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_2 und Laufzeit bis zum 13.12.2002

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel 2 am Emissionstag (t=0) replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1000 Euro
- Kauf von $1000 \cdot \frac{3}{4} \cdot e^{-f(0;1,3)2} \cdot \frac{1}{S_0}$ Stück Europäische Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_0 und Laufzeit bis zum 13.12.2000
- Kauf von $1000 \cdot \frac{3}{4} \cdot e^{-f(0;2,3)}$ Stück "relative" Europäische Forward Start Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_1 und Laufzeit bis zum 13.12.2001
- Kauf von $1000 \cdot \frac{3}{4}$ Stück "relative" Europäische Forward Start Call Optionen auf den Basiswert mit einem Ausübungspreis von S_2 und Laufzeit bis zum 13.12.2002

5.7.3 Bewertung

Die Bewertung der Nullkuponanleihen erfolgt mit den relevanten Kassazinssätzen, jene der Optionen in Analogie zu den Abschnitten 5.2, 5.3 bzw. 5.4.[42] Für den Fall, dass die Prämien erst bei Fälligkeit der Anleihe bezahlt werden, ist in den oben gegebenen Zerlegungen die Diskontierung mit dem passenden Terminzinssatz bereits in der Anzahl der Optionen berücksichtigt.

[42] Asiatische Optionen müssen mit numerischen Verfahren bewertet werden.

5.8 Binäre Barriere Optionen (Cash-or-nothing)

5.8.1 Allgemeine Beschreibung

Bei kapitalgarantierten Produkten mit eingebetteten Binären Barriere Optionen (Cash-or-nothing) werden die Prämien folgendermaßen berechnet: liegt der Basiswert irgendwann während der Laufzeit über (unter) einer vorgegebenen Schranke, dann wird eine fixe Prämie in Höhe von x% der Nominale gutgeschrieben.[43] Die Performance des Basiswertes spiegelt sich in der Anleihe nicht durch eine kontinuierliche sondern durch eine sprunghafte Veränderung der Tilgungssumme wider. Auch bei diesen Produkten werden die Prämien üblicherweise am Ende der Laufzeit ausbezahlt. Wie zuvor besprochen, gibt es auch hier sowohl Produkte mit bekanntem Ausübungspreis als auch Forward Start Optionen.

Zur Illustration werden an dieser Stelle drei Beispiele für kapitalgarantierte Produkte mit eingebetteten Binären Barriere Optionen vorgestellt.

Beispiel 1: Down-and-out cash-or-nothing mit bekannter Barriere

Laufzeit	15.12.1999 bis 13.12.2002 (3 Jahre)
Tilgungs-Kurs	100 %
Verzinsung	DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 90% des DAX zu t=0: 10% DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 85% des DAX zu t=0: 7% DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 75% des DAX zu t=0: 4% Sonst: 0% Beobachtungsjahr 1: 15.12.1999 bis 13.12.2000 Beobachtungsjahr 2: 14.12.2000 bis 13.12.2001 Beobachtungsjahr 3: 14.12.2001 bis 13.12.2002 t=0: 13.12.1999
Kupontag	13.12.2002
S_0	Schlusskurs des DAX zu t=0
S_i	S_1: Schlusskurs des DAX am 13.12.2000 S_2: Schlusskurs des DAX am 13.12.2001 S_3: Schlusskurs des DAX am 13.12.2002
Ausgaben-Kurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

[43] Häufig werden die Prämien als Verzinsung bezeichnet (siehe auch die Beispiele).

Jedes Jahr wird die Performance des Basiswertes relativ zum Startwert am 13.12.1999 evaluiert. Fällt der Wert unter ein gewisses Niveau, dann wird die Prämie (Verzinsung) um einen fixen % Satz der Nominale gekürzt. Sämtliche Prämien werden am Fälligkeitstag der Anleihe ausbezahlt.

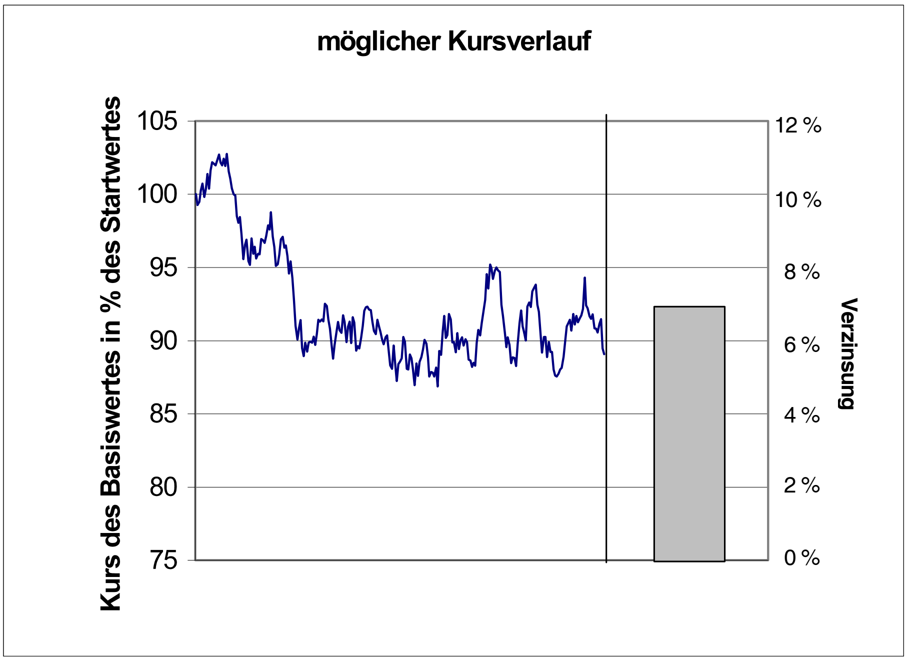

Abbildung 5.5:Ein möglicher Kursverlauf in einem Beobachtungsjahr:
der Kurs fiel auf 87% des Ausgangswertes, die Verzinsung der Anleihe beträgt daher 7%

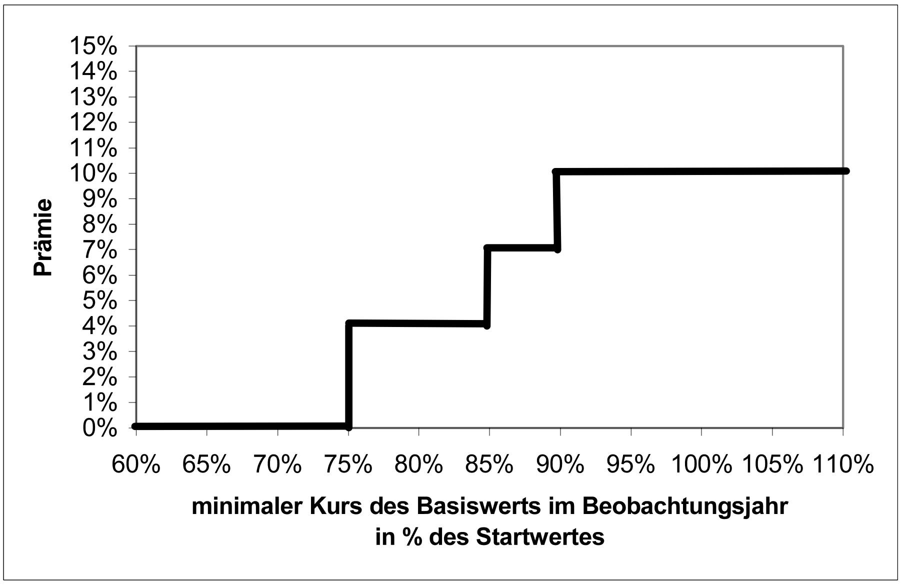

Abbildung 5.6: Die Prämie (Verzinsung) hängt vom Verhältnis des minimalen Kurses des Basiswerts im Beobachtungszeitraum zum Ausgangswert ab.

Beispiel 2: Down-and-out cash-or-nothing Forward Start

Laufzeit	15.12.1999 bis 13.12.2002 (3 Jahre)
Tilgung	100 %
Verzinsung	DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 90% des DAX zu t=i-1: 10% DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 85% des DAX zu t=i-1: 7% DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 75% des DAX zu t=i-1: 4% Sonst: 0% Beobachtungsjahr 1: 15.12.1999 bis 13.12.2000 Beobachtungsjahr 2: 14.12.2000 bis 13.12.2001 Beobachtungsjahr 3: 14.12.2001 bis 13.12.2002 t=0: 13.12.1999
Kupontag	13.12.2002
S_0	Schlusskurs des DAX zu t=0
S_i	S_1: Schlusskurs des DAX am 13.12.2000 S_2: Schlusskurs des DAX am 13.12.2001 S_3: Schlusskurs des DAX am 13.12.2002
Ausgabe kurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

Der einzige Unterschied zum ersten Beispiel besteht darin, dass die Performance relativ zum Startwert des Beobachtungsjahres evaluiert wird.

Beispiel 3: Down-and-in cash-or-nothing mit bekannter Barriere

Laufzeit	15.12.1999 bis 13.12.2002 (3 Jahre)
Tilgung	100 %
Verzinsung	DAX im Beobachtungsjahr i unter 90% des DAX zu t=0: 6% DAX im Beobachtungsjahr i unter 85% des DAX zu t=0: 8% DAX im Beobachtungsjahr i unter 75% des DAX zu t=0: 11% Sonst: 1,5 % Beobachtungsjahr 1: 15.12.1999 bis 13.12.2000 Beobachtungsjahr 2: 14.12.2000 bis 13.12.2001 Beobachtungsjahr 3: 14.12.2001 bis 13.12.2002 t=0: 13.12.1999
Kupontag	13.12.2002
S_0	Schlusskurs des DAX zu t=0
S_i	S_1: Schlusskurs des DAX am 13.12.2000 S_2: Schlusskurs des DAX am 13.12.2001 S_3: Schlusskurs des DAX am 13.12.2002
Ausgabe kurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

In diesem Beispiel profitiert der Investor von einer schlechten Performance des Basiswerts. Je stärker er fällt, umso höher ist die Prämie.

Beispiel 4: Digital Range Forward Start

Laufzeit	15.12.1999 bis 13.12.2002 (3 Jahre)
Tilgung	100 %
Verzinsung	3% fix zusätzlicher Bonus DAX im Beobachtungsjahr i immer zwischen 90% und 120% des DAX zu t=i-1: 7,5% Beobachtungsjahr 1: 15.12.1999 bis 13.12.2000 Beobachtungsjahr 2: 14.12.2000 bis 13.12.2001 Beobachtungsjahr 3: 14.12.2001 bis 13.12.2002 t=0: 13.12.1999
Kupontag	13.12.2002
S_0	Schlusskurs des DAX zu t=0
S_i	S_1: Schlusskurs des DAX am 13.12.2000 S_2: Schlusskurs des DAX am 13.12.2001 S_3: Schlusskurs des DAX am 13.12.2002
Ausgabe kurs	100 %
Stückelung	Euro 1.000.-

Bei Digital Ranges wird eine Prämie bezahlt, wenn der Kurs des Basiswerts wenig volatil ist. Im konkreten Beispiel muss er zwischen 90% und 120% des Ausgangswerts bleiben.

5.8.2 Zerlegung

Da die Prämienberechnungen in den einzelnen Beobachtungsperioden unabhängig voneinander sind, genügt es eine herauszugreifen. Sobald eine Prämie fixiert ist, kann sie als Nullkuponanleihe dargestellt werden.

Für kapitalgarantierte Anleihen mit Binären Barriere Optionen lässt sich keine brauchbare allgemeine Darstellung der Zerlegung angeben. Deswegen wird sie anhand der Beispiele erläutert.

1. Beispiel: Down-and-out Option mit bekannter Barriere

Die Prämienberechnung lautet:
DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 90% des DAX zu t=0: 10%
DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 85% des DAX zu t=0: 7%

DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 75% des DAX zu t=0: 4%
Sonst: 0%

Man kann sie auch folgendermaßen darstellen:

$$+ \text{Prämie} = \begin{array}{l} + 3\%, \text{ wenn MinDAX(i)} > 0{,}9 * DAX_0 \\ + 3\%, \text{ wenn MinDAX(i)} > 0{,}85 * DAX_0 \\ + 4\%, \text{ wenn MinDAX(i)} > 0{,}75 * DAX_0 \end{array}$$

Wobei
MinDAX(i) minimaler Wert des DAX in der Beobachtungsperiode i

Bei diesen drei Produkten handelt es sich um eine Variante von so genannten Down-and-out Cash-or-nothing Optionen.[44] Von diesen unterscheiden sie sich in zwei Punkten:

1. Die Auszahlung der Prämie erfolgt nicht bei Fälligkeit der Option sondern erst bei Fälligkeit der Anleihe. Das berücksichtigt man, indem man den Wert der Option mit den Terminzinssätzen diskontiert.[45]
2. Nicht der minimale Kurs zwischen Emission der Anleihe (Option) und Fälligkeit der Option (=gesamte Laufzeit) ist relevant. Die Prämie berechnet sich nur nach dem minimalen Kurs in der Beobachtungsperiode. Insbesondere ist es unerheblich, ob die Barriere durchbrochen wird oder nicht. Entscheidend ist einzig, ob der minimale Kurs unter dem Referenzwert liegt oder nicht.[46] Optionen dieser Gestalt werden als Partial Binary Barrier Options[47] bezeichnet.

Die Prämienberechnung des Produktes kann daher nicht in gewöhnliche Down-and-out Cash-or-nothing Optionen zerlegt werden.

Für die Zerlegung des Produktes bedeutet dies, dass das strukturierte Produkt in ein Portfolio aus Nullkuponanleihen und Partial Binary Barrier Optionen mit verzögerter Auszahlung zerfällt.

[44] Man könnte die Prämie auch als Stillhalterposition in Down-and-In Optionen darstellen.

[45] Vgl. die Ausführungen in Abschnitt 5.7.2.

[46] Ist zum Beispiel der Kurs am Beginn einer Beobachtungsperiode schon unter dem Referenzwert, dann folgt daraus unmittelbar, dass die Option wertlos ist. Es wäre selbstverständlich auch eine Variante denkbar, bei der die Option nur dann verfällt, wenn der Kurs während der Beobachtungsperiode die Barriere durchbricht.

[47] Vgl. L. Clewlow und C. Strickland, "Exotic Options", 1997, International Thompson Business Press, S.128ff

+ Kapitalgarantierte Anleihen mit Down-and-out Cash-or-nothing Optionen	=	+ Nullkuponanleihen +Portfolio aus Partial Binary Barrier Optionen

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel 1 am Emissionstag (t=0) replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1000 Euro
- Kauf von 30 Stück Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,9*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 40 Stück Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Partial Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,9*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Partial Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 40 Stück Partial Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Partial Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,9*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Partial Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002
- Kauf von 40 Stück Partial Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002

2. Beispiel: Down-and-out Option Forward Start

Die Prämienberechnung kann auch hier wie oben als Portfolio aus Down-and-out Cash-or-nothing Optionen dargestellt werden. Die Barriere wird erst am Anfang der jeweiligen Beobachtungsperiode bestimmt. Wie man weiter unten sehen wird, führt dies zu einer sehr einfachen Bewertungsformel. Die Zerlegung lautet daher:

+ kapitalgarantierte Anleihen mit Down-and-out Cash-or-nothing Optionen Forward Start	=	+ Nullkuponanleihen +Portfolio aus Forward Start Down-and-out Cash-or-nothing Optionen

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel 2 am Emissionstag (t=0) replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1000 Euro
- Kauf von 30 Stück Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,9*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 40 Stück Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75*DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Forward Start Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,9*DAX_1, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Forward Start Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85*DAX_1, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 40 Stück Forward Start Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75*DAX_1, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Forward Start Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,9*DAX_2, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002

- Kauf von 30 Stück Forward Start Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85*DAX_2, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002
- Kauf von 40 Stück Forward Start Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75*DAX_2, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002

3. Beispiel: Down-and-in (at expiry) Cash-or-nothing

Die Prämienberechnung lautet:
DAX im Beobachtungsjahr i unter 90% des DAX zu t=0: 6%
DAX im Beobachtungsjahr i unter 85% des DAX zu t=0: 8%
DAX im Beobachtungsjahr i unter 80% des DAX zu t=0: 11%
Sonst: 1,5%

Man kann sie auch folgendermaßen darstellen:

$$+ \text{Prämie} = \begin{cases} + 1{,}5\% \\ + 4{,}5\%, \text{ wenn MinDAX(i)} < 0{,}9 * DAX_0 \\ + 2\%, \text{ wenn MinDAX(i)} < 0{,}85 * DAX_0 \\ + 3\%, \text{ wenn MinDAX(i)} < 0{,}75 * DAX_0 \end{cases}$$

Wobei
MinDAX(i) minimaler Wert des DAX in der Beobachtungsperiode i

Die Prämie setzt sich aus einem fixen Teil und drei Down-and-in Cash-or-nothing Optionen zusammen.[48] Im Unterschied zu konventionellen Binären Optionen gilt hier:

1. Die Auszahlung der Prämie erfolgt nicht bei Fälligkeit der Option sondern erst bei Fälligkeit der Anleihe. Das berücksichtigt man, indem man den Wert von Down-and-in Cash-or-nothing at expiry[49] Optionen mit den Terminzinssätzen diskontiert.[50]
2. Nicht der minimale Kurs zwischen Emission der Anleihe (Option) und Fälligkeit der Option (=gesamte Laufzeit) ist relevant. Die Prämie berechnet sich nur nach dem minimalen Kurs in der

[48] Man könnte die Prämie auch als Stillhalterposition in Down-and-Out Optionen darstellen.

[49] Bei Down-and-in Optionen gibt es zwei Typen: die Prämie wird sofort bei Erreichen der Barriere bezahlt (at hit) oder am Ende der Beobachtungsperiode (at expiry).

[50] Vgl. die Ausführungen in Abschnitt 5.7.2.

Beobachtungsperiode. Insbesondere ist es unerheblich, ob die Barriere durchbrochen wird oder nicht. Entscheidend ist einzig, ob der minimale Kurs unter dem Referenzwert liegt oder nicht.[51] Optionen dieser Gestalt werden als Partial Binary Barrier Options[52] bezeichnet.

Die Prämienberechnung des Produktes kann daher nicht in gewöhnliche Down-and-in Cash-or-nothing Optionen zerlegt werden.

Für die Zerlegung des Produktes bedeutet dies, dass das strukturierte Produkt in ein Portfolio aus Nullkuponanleihen und Partial Binary Barrier Optionen mit verzögerter Auszahlung zerfällt.

+ kapitalgarantierte Anleihen mit Down-and-out Cash-or-nothing Optionen	=	+ Nullkuponanleihen +Portfolio aus Partial Binary Barrier Optionen

Hätte es sich um Forward Start Optionen gehandelt, dann wäre das Produkt in ein Portfolio aus Forward Start Down-and-in Cash-or-nothing Optionen zu zerlegen.

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel 3 am Emissionstag (t=0) replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1045 Euro (Tilgung und Kupons)
- Kauf von 45 Stück Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $0{,}9{*}DAX_0$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 20 Stück Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $0{,}85{*}DAX_0$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $0{,}75{*}DAX_0$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 45 Stück Partial Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $0{,}9{*}\ DAX_0$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom

[51] Ist zum Beispiel der Kurs am Beginn einer Beobachtungsperiode schon unter dem Referenzwert, dann folgt daraus unmittelbar, dass die Prämie bezahlt werden muss. Es wäre selbstverständlich auch eine Variante denkbar, bei der die Prämie nur dann anfällt, wenn der Kurs während der Beobachtungsperiode die Barriere durchbricht.

[52] Vgl. L. Clewlow und C. Strickland, "Exotic Options", 1997, International Thompson Business Press, S.128ff

15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002

- Kauf von 20 Stück Partial Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85* DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Partial Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75* DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 45 Stück Partial Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,9* DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002
- Kauf von 20 Stück Partial Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,85* DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002
- Kauf von 30 Stück Partial Down-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere 0,75* DAX_0, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002

4. Beispiel: Digital Range Forward Start

Die Prämienberechnung lautet:
7,5%, wenn DAX im Beobachtungsjahr i nie unter 90% und nie über 120% des DAX zu t=i-1
Sonst: 3%

Man kann sie auch folgendermaßen darstellen:

		+ 3% fix
+ Prämie	=	+ 7,5%, wenn MinDAX(i) > 0,9 *DAX_{t-1}
		- 7,5%, wenn MaxDAX(i) > 1,2 *DAX_{t-1}

Wobei
MinDAX(i) minimaler Wert des DAX in der Beobachtungsperiode i
MaxDAX(i) maximaler Wert des DAX in der Beobachtungsperiode i

Die Prämienberechnung setzt sich aus einem fixen Teil, einer Down-and-out Cash-or-Nothing und einer Stillhalterposition in einer Up-and-in Cash-or-nothing Option zusammen. Wären die Barrieren bei der Emission bekannt, dann handelte es sich um Partial Binary Barrier Options. Im konkreten Fall sind die Barrieren Funktionen eines zukünftigen Kurses, daher kann man sie wieder als Forward Start Binäre Barriere Optionen interpretieren.

Bei einer Nominale von 1000 kann man das Instrument aus dem Beispiel 4 am Emissionstag (t=0) replizieren durch:

- Kauf einer Nullkuponanleihe, Fälligkeit 13.12.2002, Nominalwert 1090 Euro (Tilgung und Kupons)
- Kauf von 75 Stück Down-and-out Cash-or-nothing Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $0{,}9*DAX_0$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Verkauf von 75 Stück Up-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $1{,}2*DAX_0$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2000, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 75 Stück Forward Start Up-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $0{,}9*DAX_1$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Verkauf von 75 Stück Forward Start Up-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $1{,}2*DAX_1$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2001, Beobachtungsperiode von 14.12.2000 bis 13.12.2001, Auszahlung der Prämie am 13.12.2002
- Kauf von 75 Stück Forward Start Up-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $0{,}9*DAX_2$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002
- Verkauf von 75 Stück Forward Start Up-and-in Cash-or-nothing at expiry Optionen auf den Basiswert mit: Barriere $1{,}2*DAX_2$, Prämie 1 Euro, Laufzeit vom 15.12.1999 bis zum 13.12.2002, Beobachtungsperiode von 14.12.2001 bis 13.12.2002

Zusammenfassend kann man festhalten, dass bei der Zerlegung von kapitalgarantierten Produkten mit Binären Barriere Optionen drei Dinge zu beachten sind:

1. Welche Gestalt hat die Prämienberechnung? Hier gibt es fast immer mehrere Möglichkeiten diese darzustellen.
2. Ist die konkrete Barriere schon bekannt? Wenn ja, dann ist zu berücksichtigen, dass sich die Laufzeit der Option nicht immer mit der Beobachtungsperiode deckt. Wenn nein, dann handelt es sich um eine Forward Start Option.

3. Wird die Prämie erst bei Fälligkeit der Anleihe ausbezahlt? Diese Verzögerung ist über den Terminzinssatz zu berücksichtigen.

5.8.3 Bewertung

Die garantierte Tilgung, fixe Kupons und bereits fixierte Prämien werden über die relevanten Kassazinssätze bewertet.
Für die bei den untersuchten Produkten eingebetteten Varianten von Binären Barriere Optionen gibt es geschlossene Formeln.[53] Beachtet man, dass ein Portfolio aus einer Knock-in Cash-or-nothing at expiry Option und einer Knock-out Cash-or-nothing Option mit sonst gleichen Eigenschaften (Fälligkeit, Barriere, Prämie, Beobachtungsperiode) mit Sicherheit eine Auszahlung in Höhe der Prämie liefert, dann ist klar, dass der Wert des Portfolios genau dem diskontierten Wert der Prämie entspricht. Anders formuliert:

$$\text{Wert(Knock-in)} + \text{Wert(Knock-out)} = \text{Barwert(Prämie)}$$

Kennt man den Wert einer dieser Optionen, dann kann der andere sehr einfach berechnet werden. Aus diesem Grund werden nur die Bewertungsformeln für Knock-out Optionen angegeben. Die verzögerte Auszahlung wird hier vernachlässigt. Man berücksichtigt sie durch das Diskontieren der Werte mit dem für den zwischen Verfallstag der Option und Fälligkeit des Produktes gültigen Terminzinssatz.

Typ 1: konventionelle Knock-out Cash-or-nothing Option

Liegt der Kurs des Basiswerts während der Beobachtungsperiode nie über (Up-and-out) bzw. nie unter der bekannten Barriere (Down-and-out), dann wird am Ende der Laufzeit eine fixe Prämie ausbezahlt. Die Beobachtungsperiode entspricht der gesamten Laufzeit.

$$DOCN(S_0, 0, H, T) = e^{-rT}\left(N(x) - \left(\frac{H}{S_0}\right)^{2\mu} N(y)\right)$$

$$UOCN(S_0, 0, H, T) = e^{-rT}\left(N(-x) - \left(\frac{H}{S_0}\right)^{2\mu} N(-y)\right)$$

mit

[53] Vgl. E. G. Haug, "The Complete Guide to Option Pricing Formulas", 1997, McGraw-Hill, S.92ff und L. Clewlow und C. Strickland, "Exotic Options", 1997, International Thompson Business Press, S.127ff

$$x = \frac{\ln(S_0 / H)}{\sigma\sqrt{T}} + \mu\sigma\sqrt{T}$$

$$y = \frac{\ln(H / S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \mu\sigma\sqrt{T}$$

$$\mu = \frac{r - q - \sigma^2 / 2}{\sigma^2}$$

DOCN(S_0,0,H,T) bzw. UOCN(S_0,0,H,T)	Wert einer Down-and-out (Up-and-out) Cash-or-nothing Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S_0 zu t=0. Die Auszahlung (Prämie) beträgt eine Einheit, die Barriere liegt bei H, der Verfallstag ist in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.11: Wert einer konventionellen Knock-out Option

Typ 2: Partial Knock-out Cash-or-nothing Option

Diese Option unterscheidet sich vom Typ 1 dadurch, dass die Beobachtungsperiode während der Laufzeit der Option beginnt und bis zum Verfallstag der Option dauert.

$$PDOCN(S_0, t_1, H, T) = e^{-rT}\left(N\left[x_1, x_2; \sqrt{t_1 / T}\right] - \left(\frac{H}{S_0}\right)^{2\mu} N\left[y_1 .- y_2; -\sqrt{t_1 / T}\right]\right)$$

$$PUOCN(S_0, t_1, H, T) = e^{-rT}\left(N\left[- x_1, -x_2; \sqrt{t_1 / T}\right] - \left(\frac{H}{S_0}\right)^{2\mu} N\left[- y_1 . y_2; -\sqrt{t_1 / T}\right]\right)$$

mit

$$x_1 = \frac{\ln(S_0 / H)}{\sigma\sqrt{T}} + \mu\sigma\sqrt{T} \qquad x_2 = \frac{\ln(S_0 / H)}{\sigma\sqrt{t_1}} + \mu\sigma\sqrt{t_1}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H / S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \mu\sigma\sqrt{T} \qquad y_2 = \frac{\ln(H / S_0)}{\sigma\sqrt{t_1}} + \mu\sigma\sqrt{t_1}$$

$$\mu = \frac{r - q - \sigma^2 / 2}{\sigma^2}$$

N[a,b;ρ] ist die kumulative bivariate Standardnormalverteilung mit den Integrationsgrenzen a und b und dem Korrelationskoeffizienten ρ.

PDOCN(S_0,t_1,H,T) bzw. PUOCN(S_0,t_1,H,T)	Wert einer Partial Down-and-out (Up-and-out) Cash-or-nothing Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S_0 zu t=0. Die Auszahlung (Prämie) beträgt eine Einheit, die Barriere liegt bei H, der Verfallstag ist in T Jahren, die Beobachtungsperiode beginnt in t_1.
r	risikoloser Zinssatz
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.12: Wert einer Partial Knock-out Option

Typ 3: Forward Start Knock-out Cash-or-nothing Option

Im Unterschied zum Typ 2 wird bei dieser Variante die Barriere erst während der Laufzeit als Funktion des dann aktuellen Kurses des Basiswerts fixiert. Mit diesem Zeitpunkt beginnt auch die Beobachtungsperiode.

Ist die Barriere H ein Vielfaches von S (H=αS), dann sind x und y aus der Formel 5.11 und damit auch der Wert der Option am Beginn der Beobachtungsperiode von S unabhängig. Den Barwert erhält man dann durch die Diskontierung des Wertes in t_1.

$$FSDOCN(S_0,0,\alpha,t_1,T) = e^{-rT}\left(N(x) - \alpha^{2\mu}N(y)\right)$$

$$FSUOCN(S_0,0,\alpha,t_1,T) = e^{-rT}\left(N(-x) - \alpha^{2\mu}N(-y)\right)$$

mit

$$x = \frac{\ln(1/\alpha)}{\sigma\sqrt{T-t_1}} + \mu\sigma\sqrt{T-t_1}$$

$$y = \frac{\ln(\alpha)}{\sigma\sqrt{T-t_1}} + \mu\sigma\sqrt{T-t_1}$$

$$\mu = \frac{r - q - \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

$FSDOCN(S_0,0,\alpha,t_1,T)$ bzw. $FSUOCN(S_0,0,\alpha,t_1,T)$	Wert einer Forward Start Down-and-out (Up-and-out) Cash-or-nothing Option auf eine Aktie mit einem Kurs von S_0 zu t=0. Die Auszahlung (Prämie) beträgt eine Einheit, die Beobachtungsperiode beginnt bei t_1, die Barriere liegt bei $H=\alpha S(t_1)$, der Verfallstag ist in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
q	Dividendenrendite
σ	Volatilität der Aktie
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 5.13: Wert einer Forward Start Knock-out Option

ANHANG

Die Bewertung von Basket Optionen

Unter einer Basketoption versteht man eine Option auf einen Basiswert (Basket), der aus verschiedenen Indizes und Einzeltitel besteht.[54] Die Teile so eines Baskets notieren sehr oft in unterschiedlichen Währungen. Es ist müßig zu betonen, dass die Bewertung solcher Optionen schwierig ist. Erstens ist die Volatilitätsstrukur eines Aktienkorbes sehr komplex. Es sind die Korrelationen zwischen den einzelnen Aktien (in der Anleihenwährung) zu berücksichtigen. Zweitens folgt aus der Annahme, dass die Veränderung der einzelnen Aktienkurse einer geometrisch Brownschen Bewegung gehorchen (Black Scholes), dass die Veränderungen des Wertes des Aktienkorbes nicht durch eine geometrisch Brownsche Bewegung beschrieben werden können.

In der Literatur[55] werden zwei Lösungen vorgeschlagen:

1. Man modelliere die Aktienkurse als korrelierte geometrisch Brownsche Bewegungen und berechne den Wert der Option durch Monte Carlo Simulation. Hier ist zu berücksichtigen, dass die Korrelationsstruktur in der Anleihenwährung relevant ist. Diese Methode ist im Prinzip für alle möglichen Optionstypen verwendbar. Der Nachteil ist, dass die Bewertung relativ zeitintensiv ist.

2. Für Europäische Call und Put Optionen kann man folgende Methode wählen: Man interpretiere die Option als eine auf einen Futures Kontrakt auf den Aktienkorb mit dem gleichen Verfallsdatum wie die Option.[56] Zusätzlich nehme man an, dass der Aktienkorb als solcher einer geometrisch Brownschen Bewegung gehorcht. Dann können zur Bewertung die Formeln von Black verwendet werden. Sie lauten:

$$c = e^{-rT}\left[F \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2)\right]$$
$$p = e^{-rT}\left[K \cdot N(-d_2) - F \cdot N(-d_1)\right]$$

[54] Eigentlich ist jede Option auf einen Index eine Basketoption!

[55] Vgl. J.C. Hull, "Options, Futures, and Other Derivatives", 4th ed., Prentice Hall, 2000, S.471

[56] Um zu sehen, dass diese Interpretation gerechtfertigt ist, muss man berücksichtigen, dass am Verfallstag der Option (und des Futures) gelten muss, dass der Futures Preis dem Aktienkurs gleicht.

Wobei

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) + \sigma^2 \cdot T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

c (p)	Prämie einer europäischen Call (Put) Option auf einen Future mit einem Futures Preis von F zu t = 0. Der Ausübungspreis ist K, der Verfallstag in T Jahren.
r	Risikoloser Zinssatz (stetig) entsprechend der Laufzeit der Option
σ	Volatilität des Futures Preises
N(d)	Kumulierte Standardnormalverteilung an der Stelle d

Formel 0.1: Die Formeln von Black für Europäische Put und Call Optionen

Um die Formel verwenden zu können, sind die Parameter F (Futures Preis) und σ zu bestimmen.[57]

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{M_2}{M_1^2}\right)$$

$$M_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i F_i$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j F_i F_j e^{\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j T}$$

$$F = M_1$$

n	Anzahl verschiedener Basisprodukte
x_i	Stück des Basisobjekts i im Korb
F_i	Futures Preis Basisobjekts i zu t = T in Anleihenwährung
ρ_{ij}	Korrelation der Wertentwicklung der Basisobjekte i und j in Anleihenwährung
σ_i	Volatilität des Basisobjekts i in Anleihenwährung
T	Laufzeit
r	risikoloser Zinssatz entsprechend der Laufzeit

[57] Vgl. J.C. Hull, "Options, Futures, and Other Derivatives", 4th ed., Prentice Hall, 2000, S.468 bzw. S 496

Optionen und Währungen

Bei vielen strukturierten Produkten unterscheidet sich die Währung, in der ausgezahlt wird, von jener des Basisobjektes. In manchen Fällen ist der Basiswert selbst ein Portfolio aus Instrumenten, welche in verschiedenen Währungen notieren. Es stellt sich nun die Frage, wie muss diese Eigenschaft bei der Zerlegung berücksichtigt werden. Der Einfachheit halber nehme man an, dass das Produkt in Euro begeben wurde. Der Basiswert notiere in USD.

Man unterscheidet drei Typen:

1. Die Performance des Basiswerts in Fremdwährung wird am Fälligkeitstag T mit dem zu T gültigen Wechselkurs multipliziert. Die Bewertung der implizierten Option kann in der Fremdwährung erfolgen und wird dann in EUR umgerechnet.

   BEISPIEL: Europäische Call Option auf eine XY Aktie in USD mit einem Ausübungspreis von 100 USD. Liegt der Kurs der Aktie über 100 USD, dann wird die Option ausgeübt und der Payoff anschließend zum Kassakurs am Fälligkeitstag in Euro gewechselt.

   Auszahlung in Euro: $W_T \cdot \max(S_T - 100;0)$

   Wobei W_T der Kassakurs für EUR/USD und S_T der Kurs des Basiswerts bei Fälligkeit ist.

2. Die Performance des Basiswerts wird ermittelt, indem sowohl zu t=0 als auch zu t=T die Kurse in EUR umgerechnet werden. Die eingebettete Option entspricht einer Option auf Aktien in Fremdwährung mit einem Ausübungspreis in EUR. In vielen Fällen ist eine Bewertung mit einer geschlossenen Formel möglich

   BEISPIEL: Europäische Call Option auf eine XY Aktie in USD mit einem Ausübungspreis von 100 Euro. Liegt der Kurs der Aktie über 100 Euro, dann wird die Option ausgeübt.

   Auszahlung in Euro: $\max(W_T \cdot S_T - 100;0)$

   Wobei W_T der Kassakurs für EUR/USD bei Fälligkeit und S_T der Kurs des Basiswerts bei Fälligkeit ist.

3. Die Wertsteigerung des Index wird in Fremdwährung ermittelt und zu einem im Vorhinein festgelegten Verhältnis in EUR umgerechnet. Die eingebettete Option ist ein Quanto Produkt. Eine Bewertung mit einer geschlossenen Formel ist für manche Optionen möglich.

   BEISPIEL: Europäische Call Option auf eine XY Aktie in USD mit einem Ausübungspreis von 100 USD. Liegt der Kurs der Aktie über 100 USD, dann wird die Option ausgeübt und der Payoff anschließend zum fixierten Wechselkurs W* am Fälligkeitstag in Euro gewechselt.

   Auszahlung in Euro: $W^* \cdot \max(S_T - S_0;0)$

   Wobei W* der fixierte Wechselkurs für EUR/USD und S_T der Kurs des Basiswerts bei Fälligkeit ist.

Glossar

Amerikanische Option	Eine Option mit einem stetigen Ausübungsrecht über die gesamte Laufzeit (eine vorgegebene Periode).
Asiatische Option	Average rate: Der Ausübungspreis wird nicht mit dem Kurs am Ausübungstag sondern mit einem Durchschnittswert über eine gewisse Periode verglichen. Average strike: Der Ausübungspreis wird als Durchschnittswert berechnet.
Asset-or-Nothing Call Option	Option mit einem Payoff in Höhe des Preises des Underlyings, wenn dieser über dem Ausübungspreis liegt. Asset-or-Nothing Call Optionen werden häufig als Barriere Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Asset-or-Nothing Put Option	Option mit einem Payoff in Höhe des Preises des Underlyings, wenn dieser unter dem Ausübungspreis liegt. Asset-or-Nothing Put Optionen werden häufig als Barriere Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Aufstockungsrecht	Hier ist zu unterscheiden, ob der Emittent nur das Recht hat weitere Tranchen eines Instrumentes zu begeben oder zusätzlich das Recht hat diese neuen Instrumente den Investoren zu einem fixen Preis zu verkaufen, wobei die Investoren zum Kauf verpflichtet sind. Im ersten Fall werden einfach Emissionskosten gespart. Im zweiten Fall handelt es sich um eine Put Option des Emittenten.
Ausübungspreis Strike Price	Der Preis für den das Underlying bei Ausübung einer Option gekauft/verkauft werden kann.
Barriere Option	Barriere Optionen sind Optionen, deren Existenz davon abhängt, ob der Wert eines bestimmten Referenzobjekts eine vereinbarte Grenze über- oder unterschreitet. Der Käufer einer Barrier Option muss die Optionsprämie zu $t = 0$ bezahlen, er hat jedoch keine Garantie, dass das Recht auf Ausübung bis zum Ende der Laufzeit der Option überhaupt eintritt bzw. bestehen bleibt. Oft erhält der Inhaber der Option eine kleine Ausgleichszahlung, wenn er die Option nicht ausüben darf. Es lassen sich drei grundlegende Arten von Barrier Optionen unterscheiden:

Barriere Option	1. „In" Barriers In-Optionen müssen heute bezahlt werden, sie entstehen aber erst, wenn das Basisobjekt innerhalb der Laufzeit einen bestimmten Wert über- oder unterschreitet. - Down-and-in-Call (Put) Option: das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts entsteht erst, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze unterschreitet. - Up-and-in-Call (Put) Option: das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts entsteht erst, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze überschreitet. 2. „Out" Barriers Out Optionen hören auf zu existieren, wenn der Wert des Basisobjekts die vereinbarte Grenze über- oder unterschreitet. - Down-and-out Call (Put) Option: der Inhaber verliert das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze unterschreitet. - Up-and-out Call (Put) Option: der Inhaber verliert das Recht auf Kauf (Verkauf) des Basisobjekts, wenn dessen Wert eine bestimmte Grenze überschreitet. 3. Double Barriers Die Existenz einer Double Barrier Option hängt davon ab, ob der Wert des Basisobjekts innerhalb der zuvor vereinbarten Grenzen bleibt. - Up-and-out-down-and-out Option - Up-and-in-down-and-in Option
Bermuda Option	Eine Option mit mehreren diskreten Ausübungszeitpunkten.
Binäre (Binary) Option	Überbegriff für - Cash-or-Nothing Optionen - Asset-or-Nothing Optionen
Binäre Barriere Option	Barriere Option, deren Payoff wie bei einer Binären Option gestaltet ist. Bei den "In" Barriers gibt es 2 Varianten: - At hit: Auszahlung sofort, wenn die Grenze erreicht wird - At expiry: Auszahlung am Ende der Laufzeit
Call Option	Das Recht das Underlying zu einem bestimmten Preis zu bestimmten Zeitpunkten zu kaufen.

Cash-Or-Nothing Call Option	Option mit einem fixen Payoff, wenn der Preis des Underlyings über dem Ausübungspreis liegt. Cash-or-Nothing Optionen werden häufig als Barrier Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Cash-Or-Nothing Put Option	Option mit einem fixen Payoff, wenn der Preis des Underlyings unter dem Ausübungspreis liegt. Cash-or-Nothing Optionen werden häufig als Barrier Optionen emittiert (Binary Barrier Optionen).
Cliquet Option	Folge von Forward Start Optionen (Ratchet Option)
Digitale Option	Überbegriff für - Cash-or-Nothing Optionen - Asset-or-Nothing Optionen
Down-and-in Option	Option entsteht erst, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze unterschreitet (siehe Barrier Option).
Down-and-in Asset-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere unterschritten, dann wird entweder sofort (at hit) oder am Ende der Laufzeit (at expiry) das Underlying geliefert.
Down-and-in Asset-or-nothing Call (Put)	Ein Asset-or-nothing Call (Put) Option, die erst nach Unterschreitung einer Barriere entsteht.
Down-and-in Cash-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere unterschritten, dann wird entweder sofort (at hit) oder am Ende der Laufzeit (at expiry) ein fixer Betrag ausgezahlt.
Down-and-in Cash-or-nothing Call (Put)	Ein Cash-or-nothing Call (Put) Option, die erst nach Unterschreitung einer Barriere entsteht.
Down-and-Out Option	Option verfällt, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze unterschreitet (siehe Barrier Option).
Down-and-out Asset-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere nicht unterschritten, dann wird am Ende der Laufzeit das Underlying geliefert.
Down-and-out Asset-or-nothing Call (Put)	Ein Asset-or-nothing Call (Put) Option, die bei Unterschreitung einer Barriere verfällt.

Down-and-out Cash-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere nicht unterschritten, dann wird am Ende der Laufzeit ein fixer Betrag ausgezahlt.
Down-and-out Cash-or-nothing Call (Put)	Ein Cash-or-nothing Call (Put) Option, die bei Unterschreitung einer Barriere verfällt.
Europäische Option	Eine Option mit genau einem Ausübungszeitpunkt.
Forward Start Option	Der Ausübungspreis einer Forward Start Option wird erst während der Laufzeit (nach einer am Anfang festgesetzten Regel) fixiert.
Kündigungsrecht	Durch den Emittenten: Das Instrument kann vom Emittenten zu bestimmten Zeitpunkten zu fixierten Preisen zurückgekauft werden. Der Emittent hat also eine Call Option auf das Instrument. Durch den Investor: Der Investor kann zu bestimmten Zeitpunkten zu fixierten Preisen das Instrument dem Emittenten verkaufen. Der Investor hat eine Put Option auf das Instrument.
Put Option	Das Recht das Underlying zu einem bestimmten Preis zu bestimmten Zeitpunkten zu verkaufen.
Quanto Option	Option auf ein Underlying, das in einer Fremdwährung notiert mit festem Wechselkurs. Beispiel (Quanto Call Option): Call Option auf eine Aktie, die in USD notiert. Die Differenz zwischen Strike und Kurs am Verfallstag wird nicht in USD, sondern unabhängig vom USD/Euro Wechselkurs am Verfallstag im Verhältnis 1:1 in Euro ausgezahlt.
Ratchet Option	Folge von Forward Start Optionen
Underlying	Das einem Derivat zugrunde liegende Instrument, Basiswert
Up-and-in Option	Option entsteht erst, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze überschreitet (siehe Barrier Option).
Up-and-in Asset-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere überschritten, dann wird entweder sofort (at hit) oder am Ende der Laufzeit (at expiry) das Underlying geliefert.
Up-and-in Asset-or-nothing Call (Put)	Ein Asset-or-nothing Call (Put) Option, die erst nach Überschreitung einer Barriere entsteht.

Up-and-in-down-and-in Option	Option entsteht erst, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option entweder eine bestimmte Obergrenze über- oder eine gewisse Untergrenze unterschreitet (siehe Barrier Option).
Up-and-in Cash-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere überschritten, dann wird entweder sofort (at hit) oder am Ende der Laufzeit (at expiry) ein fixer Betrag ausgezahlt.
Up-and-in Cash-or-nothing Call (Put)	Ein Cash-or-nothing Call (Put) Option, die erst nach Überschreitung einer Barriere entsteht.
Up-and-out Option	Option verfällt, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option eine bestimmte Grenze überschreitet (siehe Barrier Option).
Up-and-out Asset-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere nicht überschritten, dann wird am Ende der Laufzeit das Underlying geliefert.
Up-and-out Asset-or-nothing Call (Put)	Ein Asset-or-nothing Call (Put) Option, die bei Überschreitung einer Barriere verfällt.
Up-and-out-down-and-out Option	Option verfällt, wenn der Wert des Underlying während der Laufzeit der Option entweder eine bestimmte Obergrenze über- oder eine gewisse Untergrenze unterschreitet (siehe Barrier Option).
Up-and-out Cash-or-nothing	Wird während der Laufzeit eine Barriere nicht überschritten, dann wird am Ende der Laufzeit ein fixer Betrag ausgezahlt.
Up-and-out Cash-or-nothing Call (Put)	Ein Cash-or-nothing Call (Put) Option, die bei Überschreitung einer Barriere verfällt.

Literatur zur Bewertung von Optionen

Eine gute Darstellung der Theorie der Optionsbewertung mit vielen konkreten Bewertungsformeln findet man in Tomas Björks "Arbitrage Theory in Continuous Time" (1998, Oxford University Press) und John C. Hulls "Options, Futures, and Other Derivatives" (4th Edition, 2000, Prentice-Hall).

Espen Gaarder Haugs "The Complete Guide to Option Pricing Formulas" (1997, McGraw-Hill) ist eine sehr umfangreiche Sammlung von Bewertungsformeln. In Riccardo Rebonatos "Interest-Rate Option Models" (1997, Wiley) werden Techniken zur Bewertung von Zinsoptionen präsentiert.

Umfangreiche Abhandlungen über exotische Optionen stellen Peter Zhangs "Exotic Options" (2nd edition, 1998, World Scientific), Les Clewlands und Chris Stricklands "Exotic Options" (1997, International Thompson Business Press) und Israel Nelkens "The Handbook of Exotic Options" (1996, Irwin) dar.

Medieninhaber (Verleger), Herausgeber und Hersteller:

Oesterreichische Nationalbank
1090 Wien, Otto-Wagner-Platz 3

Für den Inhalt verantwortlich:

Wolfdietrich Grau, Sekretariat des Direktoriums/Öffentlichkeitsarbeit

Redaktion

Dagmar Elisabeth Schwab und Markus Lietz, Abteilung für Bankenanalyse und –revision
1090 Wien, Otto-Wagner-Platz 3

Grafische Gestaltung:

Peter Buchegger, Sekretariat des Direktoriums/Öffentlichkeitsarbeit

Satz, Druck und Herstellung:

Oesterreichische Nationalbank, Hausdruckerei

Verlags- und Herstellungsort:

1090 Wien, Otto-Wagner-Platz 3

Rückfragen:

Oesterreichische Nationalbank
Sekretariat des Direktoriums/Öffentlichkeitsarbeit
Wien 9, Otto-Wagner-Platz 3
Postanschrift: Postfach 61, A-1011 Wien
Telefon: 01/404 20 DW 6666
Telefax: 01/404 20 DW 6696

Nachbestellungen:

Oesterreichische Nationalbank
Abteilung für Post- und Aktenwesen
Wien 9, Otto-Wagner-Platz 3
Postanschrift: Postfach 61, A-1011 Wien
Telefon: 01/404 20 DW 2345
Telefax: 01/404 20 DW 2398

Internet:

http://www.oenb.at

Papier:

Salzer Demeter, 100% chlorfrei gebleichter Zellstoff, säurefrei, ohne optische Aufheller

DVR 0031577