

# Eine empirische Analyse der Netzwerkstruktur des österreichischen Interbankenmarktes<sup>1</sup>

Michael Boss  
Helmut Elsinger  
Martin Summer  
Stefan Thurner<sup>2</sup>

In dieser Studie wird eine empirische Analyse der Netzwerkstruktur des österreichischen Interbankenmarktes vorgenommen. Basis dieser Analyse ist ein von der Oesterreichischen Nationalbank (OeNB) zur Verfügung gestellter Datensatz. Der Interbankenmarkt wird als Netzwerk betrachtet, in dem die Banken die Knoten und die zwischen ihnen bestehenden Forderungen und Verbindlichkeiten die Kanten bilden. Mit diesem Ansatz können Konzepte aus der allgemeinen Netzwerktheorie angewendet werden, die auch in anderen wissenschaftlichen Disziplinen, vor allem in der Physik, breiten Eingang gefunden hat. Wir verwenden verschiedene Kennzahlen aus der Netzwerktheorie, um die empirische Netzwerkstruktur des österreichischen Bankensystems zu untersuchen. Im Mittelpunkt steht dabei die Frage, wie diese Struktur die Stabilität des Bankensystems beim Wegfall eines Knotens (Zahlungsunfähigkeit einer einzelnen Bank) beeinflusst. Im Hinblick auf die Netzwerkstruktur zeigt sich, dass es nur wenige Banken mit vielen und viele Banken mit nur wenigen Interbankbeziehungen gibt. Es wurde bereits des Öfteren nachgewiesen, dass diese Netzwerkeigenschaft die Widerstandsfähigkeit des Netzwerks gegenüber einem unvorhergesehenen Zusammenbruch von Verbindungen (also der Zahlungsunfähigkeit einzelner Institute auf Grund externer Schocks) stärkt. Darüber hinaus weist das Interbankennetz Cluster auf, die den regionalen und sektoralen Aufbau des gegenwärtigen österreichischen Bankensystems exakt widerspiegeln. Das Bankennetz besitzt zudem typische Netzwerkeigenschaften, die auch in zahlreichen anderen komplexen realen Netzen festzustellen sind, etwa einen geringen Clustering-Koeffizienten und relativ geringe durchschnittliche Pfadlängen. Diese empirischen Erkenntnisse unterscheiden sich deutlich von den theoretischen Netzwerkstrukturen, die in der ökonomischen Literatur zu finden sind.

## Einleitung

Die Gewährleistung der Stabilität des Finanzsystems zählt zu den Kernaufgaben von Notenbanken. Aus diesem Grund befassen sich diese in erster Linie mit Problemen des *Systemrisikos*, d. h. dem Risiko eines weit reichenden Zusammenbruchs der Finanzintermediation. Das Systemrisiko spielt für Banken eine wesentliche Rolle; zwei Komponenten sind dabei von besonderer Bedeutung, und zwar Risikofaktoren, denen alle Banken gleichermaßen ausgesetzt sind, wie auch die Gefahr von *Dominoeffekten* durch Insolvenzen. Da Banken über ein komplexes System gegenseitiger Kreditbeziehungen miteinander verbunden sind, spielen diese Dominoeffekte im Bankensektor eine wichtige Rolle. In einem derartigen System kann die Zahlungsunfähigkeit eines Instituts Auswirkungen auf die Finanzlage

anderer Institute haben und in einer Kettenreaktion die Finanzprobleme im gesamten Bankensystem verschärfen. Aus abstrakter Sicht kann das System gegenseitiger Kreditbeziehungen zwischen Finanzinstituten als *Netzwerk* beschrieben werden, in dem die Banken die Knoten und ihre Interbankbeziehungen die finanziellen Verbindungen und damit die Kanten des Netzwerks darstellen. Für die Wahrung der Finanzmarktstabilität ist die Kenntnis darüber von Interesse, wie die Struktur dieses Interbankennetzwerks die Stabilitätseigenschaften des Bankensystems als Ganzes beeinflusst. Mit dieser Studie soll ein erster Schritt in diese Richtung unternommen werden. Ziel ist es, die empirische Struktur des österreichischen Interbankennetzwerks anhand von Daten, die der OeNB gemeldet werden, darzulegen.

<sup>1</sup> Die Autoren danken J. D. Farmer für wertvolle Kommentare und Haijun Zhou für die Bereitstellung seines Dissimilaritätsindex-Algorithmus. Stefan Thurner dankt den Mitarbeitern des Santa Fe Institutes, insbesondere J. D. Farmer, für die freundliche Aufnahme im Sommer 2003. Übersetzung aus dem Englischen.

<sup>2</sup> Michael Boss, Martin Summer, Oesterreichische Nationalbank; Helmut Elsinger, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Fachbereich Finanzwirtschaft und Banken, Universität Wien; Stefan Thurner, Complex Systems Research Group, HNO, Universität Wien.

Unsere Analyse stützt sich auf ein breites Spektrum von Forschungsergebnissen aus anderen Disziplinen. Vor allem aus dem Bereich der Physik stammen zahlreiche Beiträge zur empirischen Analyse und zu einem funktionalen Verständnis der Struktur von komplexen Netzwerken im Allgemeinen (ein Überblick findet sich bei Dorogovtsev und Mendes, 2003). Die Interpretation von Netzwerkparametern im Hinblick auf die Stabilität, Robustheit und Effizienz eines zugrunde liegenden Systems dürfte zu den wichtigsten Beiträgen zur jüngeren Netzwerktheorie gehören (z. B. Albert et al., 2000). Diese Erkenntnisse sind ohne Zweifel für die Finanzmarktstabilität und die Netzwerkstruktur gegenseitiger Kreditbeziehungen auf dem Interbankenmarkt von Relevanz.

Diese Verflechtungsstruktur spielt für das Risiko von insolvenzbedingten Kettenreaktionen eine besondere Rolle. In der wirtschaftstheoretischen Literatur zur Übertragung von Finanzkrisen werden von einigen Autoren interessante Netzwerktopologien dargestellt (z. B. Allen und Gale, 2000; Freixas et al., 2000; Thurner et al., 2003). Allen und Gale (2000) schlagen die Untersuchung eines vollständigen Graphen von gegenseitigen Verbindlichkeiten vor. Die Eigenschaften eines Bankensystems mit dieser Struktur werden in der Folge mit den Eigenschaften von Systemen mit unvollständigen Netzwerken verglichen. Bei Freixas et al. (2000) wird ein Kreisgraph einem vollständigen Graphen gegenübergestellt. Eine viel breitere Palette von Netzwerkstrukturen wird bei Thurner et al. (2003) untersucht. Über die tatsächliche *empirische* Netzwerkstruktur (die *Netzwerktopologie*) von gegenseitigen Kreditbeziehungen zwischen Finanzinstituten ist jedoch

überraschenderweise nach wie vor wenig bekannt. Nach unserem Informationsstand war die Netzwerktopologie von Interbankenmärkten noch nicht Gegenstand empirischer Untersuchungen.

Mit der vorliegenden Analyse eines Datensatzes der OeNB soll ein erster Schritt unternommen werden, diese Lücke zu schließen. Unser wichtigstes Ergebnis besteht darin, dass in der Netzwerkstruktur des österreichischen Interbankenmarktes die Knotengradverteilung einem Potenzgesetz folgt. Das bedeutet, dass es sehr wenige Banken mit vielen Interbankverbindungen und viele Banken mit wenigen Verbindungen gibt. Dank dieser Eigenschaft erhöht sich erwie-senermaßen die Widerstandsfähigkeit des Netzwerks gegenüber einem unvorhergesehenen Zusammenbruch von Verbindungen. In unserem Kontext bedeutet dies, dass in Anbetracht der tatsächlich beobachteten Struktur der Forderungen und Verbindlichkeiten zwischen den Kreditinstituten das Bankensystem relativ stabil gegenüber Dominoeffekten ist, die von der Insolvenz einzelner Kreditinstitute ausgehen und letztendlich zum Zusammenbruch des gesamten Finanzsystems führen können. Darüber hinaus erbringen wir Nachweise für andere Netzwerkeigenschaften, etwa ein geringes Ausmaß an Clusterbildung und die geringe durchschnittliche Pfadlänge zwischen den Instituten, die allgemeine, aus der Literatur bekannte strukturelle Merkmale des Interbankennetzes bestätigen. Eine weitere wichtige Schlussfolgerung dieser Studie besteht darin, dass die eher großen Klassen potenzieller Netzwerke für die künftige Modellierung von Interbankbeziehungen auf empirisch relevante Strukturen eingeschränkt werden können.

### Das österreichische Interbankennetzwerk

Das Interbankennetzwerk ist durch die Verbindlichkeitsmatrix  $L$  gekennzeichnet. Die Einträge  $L_{ij}$  sind die Verbindlichkeiten von Bank  $i$  gegenüber Bank  $j$ . Wir folgen der Konvention, Verbindlichkeiten in die Zeilen von  $L$  zu schreiben. Wird diese Matrix spaltenweise gelesen (transponierte Matrix  $L^T$ ), sind die gegenseitigen (Interbanken-)Forderungen der Kreditinstitute ersichtlich. Dabei ist zu beachten, dass  $L$  eine quadratische, aber nicht unbedingt symmetrische Matrix ist. Die Diagonale von  $L$  ist null, d. h. es liegt keine Selbstinteraktion der Banken vor. In weiterer Folge wird die bilaterale Verbindlichkeitsmatrix  $L$  aller österreichischer Banken (rund  $N = 900$ ), der Zentralbank (also der OeNB) und eines aggregierten ausländischen Bankensektors näher beleuchtet. Unsere Daten bestehen aus zehn  $L$ -Matrizen, die jeweils die Verbindlichkeiten zu einem Quartal im Zeitraum der Jahre 2000 bis 2003 abbilden. Zur Erstellung des österreichischen Interbankennetzwerks auf der Basis von Zentralbankdaten werden zwei Hauptquellen herangezogen: Wir werten die strukturellen Merkmale des Monatsausweises der österreichischen Banken und die Großkreditevidenz in Verbindung mit einer Schätzmethode aus.

Der Großteil der österreichischen Banken gehört traditionell einem von sieben Sektoren an: Sparkassen (S), Raiffeisenbanken (R), Volksbanken (VB), Aktienbanken (AB), Hypothekenbanken (HB), Bausparkassen (BSP) und Sonderbanken (SB). In ihren Bilanzberichten müssen die Banken die Forderungen und Verbindlichkeiten gegenüber anderen Banken nach Sektoren sowie nach den Gruppen *Zentralbank* und *ausländische Banken*

aufgliedern. Mit diesen Meldungen von Interbankpositionen wird die Verbindlichkeitsmatrix  $L$  in Blöcke von Submatrizen für die einzelnen Sektoren heruntergebrochen. Sowohl der Sparkassen- als auch der Volksbankensektor setzen sich aus zwei Ebenen – mit jeweils einem Spitzeninstitut – zusammen. Der Raiffeisensektor hat drei Ebenen, wobei es für jedes Bundesland eine Landeszentrale gibt. Diese unterstehen wiederum der Raiffeisenzentralbank (RZB), die an der Spitze des gesamten Raiffeisensektors steht. Die Banken mit einem übergeordneten Institut müssen ihre Positionen gegenüber diesem offen legen, wodurch zusätzliche Informationen über  $L$  verfügbar werden. Da in diesem System viele Banken nur gegenüber ihren Spitzeninstituten Verbindlichkeiten halten, können zahlreiche Einträge in der  $L$ -Matrix genau festgehalten werden. In einem nächsten Schritt werden diese Informationen mit den Daten aus der Großkreditevidenz der OeNB zusammengeführt. Diese enthält sämtliche Interbankenkredite über 350.000 EUR. Diese Information bietet einen Satz von Einschränkungen (Ungleichheiten) und Nullrestriktionen für einzelne Einträge  $L_{ij}$ . Bis zu diesem Punkt können 90% der  $L$ -Matrix-Einträge exakt ermittelt werden.

Für den Rest wenden wir eine Schätzmethode auf Basis einer Entropiemaximierung an, die bereits zur Rekonstruktion unbekannter bilateraler Interbankverbindlichkeiten mittels aggregierter Informationen eingesetzt wurde (Upper und Worms, 2002; Blien et al., 1997). Durch dieses Verfahren entsteht eine Matrix, die alle bekannten Bedingungen erfüllt und nach der alle anderen Teile (unbekannte Einträge in  $L$ ) gleich viel zu den bekannten Zeilen- und Spalten-

summen beitragen. Diese Summen sind bekannt, da die Gesamtforderungen gegenüber anderen Banken an die Notenbank gemeldet werden müssen. Das Schätzproblem kann wie folgt dargestellt werden: Wir nehmen eine Gesamtzahl von  $K$  Bedingungen an. Die Bedingungen für die Spalten und Zeilen lauten wie folgt

$$\sum_{j=1}^N L_{ij} = b_i^r \forall i \quad \text{und} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N L_{ij} = b_j^c \forall j$$

wobei  $r$  für die Zeile und  $c$  für die Spalte steht. Die durch die Kenntnis bestimmter Einträge in  $L_{ij}$  bestehenden Bedingungen sind durch

$$b^l \leq L_{ij} \leq b^u \text{ für } i, j \quad (2)$$

gegeben. Ziel ist es, (unter allen Matrizen, die die Bedingungen erfüllen) die Matrix  $L$  zu ermitteln, die die geringste Diskrepanz mit einer a priori Matrix  $U$  im Hinblick auf die (generalisierte) Kreuzentropie aufweist

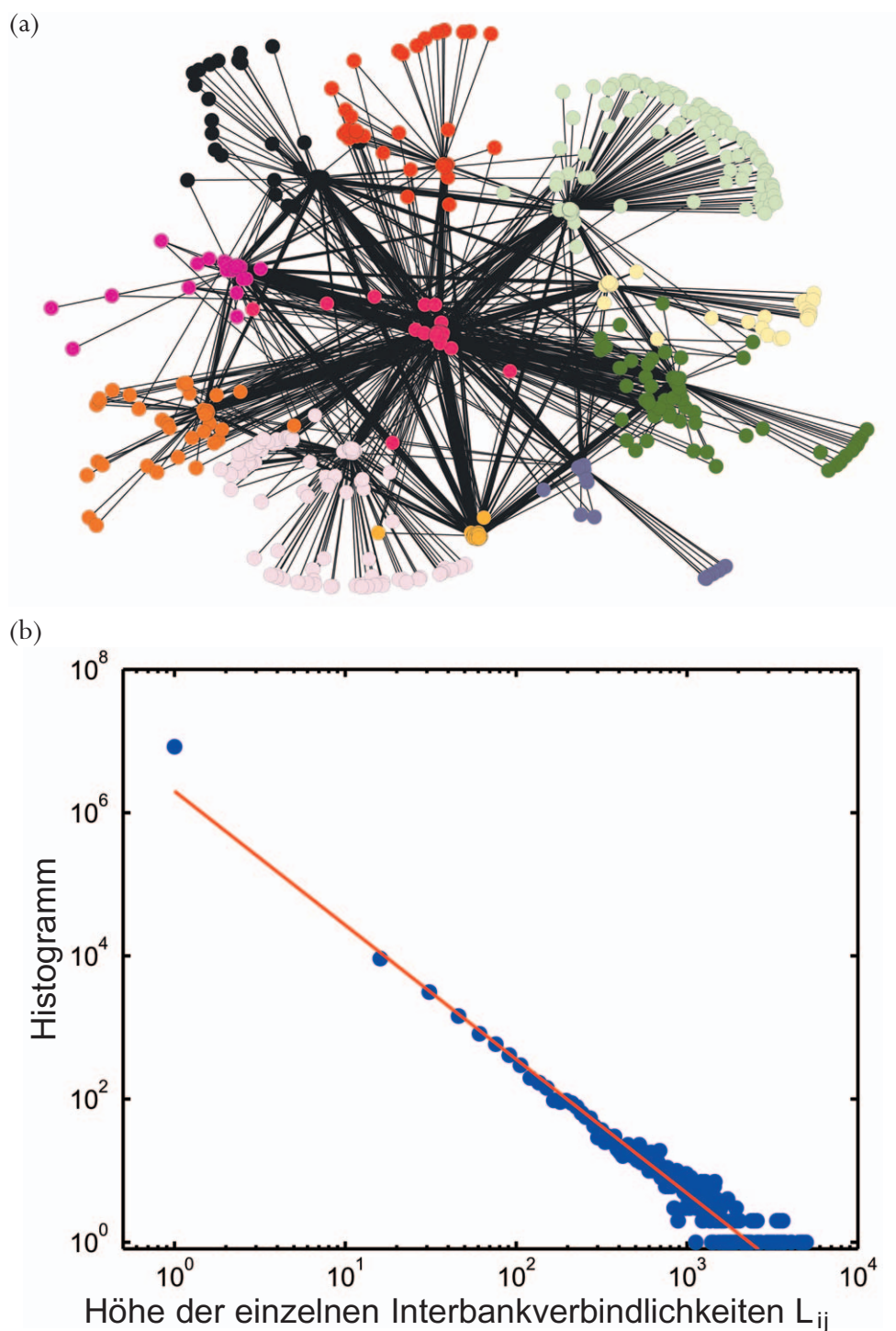
$$C(L, U) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N L_{ij} \ln \left( \frac{L_{ij}}{U_{ij}} \right). \quad (3)$$

$U$  ist die Matrix, die alle bekannten Verbindlichkeiten enthält. Für jene Einträge (Bank-Paare)  $ij$ , für welche keine Informationen aus Zentralbankdaten vorliegen, gilt  $U_{ij} = 1$ . Wir verwenden die Konvention  $L_{ij} = 0$ , wenn  $U_{ij} = 0$  gilt und definieren  $0 \ln \left( \frac{0}{0} \right)$  als 0. Dies ist ein Standardproblem der konvexen Optimierung; die notwendigen Bedingungen für ein Optimum können durch einen Algorithmus, der von Fang et al. (1997) sowie von Blien et al. (1997) beschrieben wird, effizient gelöst werden. Das Ergebnis ist ein relativ präzises Bild der Interbankbeziehungen zu einem bestimmten Zeitpunkt (siehe unten). Grafik 1(b) zeigt die

Verteilung der Einträge für gegebene Matrizen  $L$ . Die Verteilung der Verbindlichkeiten folgt mehr als drei Jahrzehnte hindurch einem Potenzgesetz mit einem Exponenten von  $-1,87$ , d. h. der Exponent liegt in einem Bereich, der aus Verteilungen nach Vermögen oder Firmengröße bekannt ist (Solomon und Levy, 2000; Axtell, 2001).

### Modellierung der Netzwerktopologie aus den Interbankdaten

Es gibt drei mögliche Ansätze, um die Struktur der Interbankbeziehungen als Graphen darzustellen. Die erste Möglichkeit besteht darin, die Verbindlichkeitsmatrix als *gerichteten Graphen* zu interpretieren. Sämtliche Knoten österreichischer Banken werden als Knoten dargestellt; die Zentralbank (OeNB) und der aggregierte ausländische Bankensektor werden jeweils durch einen einzelnen Knoten dargestellt. Alle Ausgangsknoten zusammen sind jene Banken, die Verbindlichkeiten auf dem Interbankenmarkt aufweisen, während alle Endknoten zusammen jene Banken repräsentieren, die Forderungen haben. Demgemäß wird jede Bank mit Verbindlichkeiten gegenüber einer anderen Bank im Netz als Anfangsknoten in dem gerichteten Graphen gesehen. Jede Bank, für die diese Verbindlichkeiten Forderungen darstellen, d. h. jede Gegenpartei, repräsentiert einen Endknoten in dem gerichteten Graphen. Wir nennen diese Darstellung die *Verbindlichkeits-Adjazenzmatrix* und bezeichnen sie mit  $A^l$  (wobei  $l$  für die Verbindlichkeiten steht). Es gilt  $A_{ij}^l = 1$ , wenn eine Verbindung vom Zeilenknoten  $i$  ihren Ausgang nimmt und zum Spaltenknoten  $j$  führt; ansonsten gilt  $A_{ij}^l = 0$ . Mit der transponierten Matrix von  $A^l$  erhalten wir die Inter-



Graphik 1: Das österreichische Interbankennetzwerk und Histogramm der Höhe der einzelnen Interbankverbindlichkeiten

Anmerkung: Das österreichische Bankennetz (a). Die Cluster sind je nach regionaler und sektoraler Organisation (farblich) zusammengefasst. Sektor R mit seiner föderalen Struktur: RB gelb, RSt orange, RK hellorange, RV grau, RT dunkelgrün, RNÖ schwarz, ROÖ hellgrün, RS hellgelb; Sektor VB: dunkelgrau; Sektor S: orangebraun; sonstige: rosa. Die Daten stammen von der Matrix  $L$  vom September 2002, die alle anderen Matrizen repräsentiert. In (b) wird die Verteilung der Höhe der einzelnen Interbankverbindlichkeiten innerhalb dieses Netzwerks (Histogramm aller Einträge in  $L$ ) dargestellt; die Verteilung folgt einem Potenzgesetz mit Exponenten 1,87. Die Daten wurden von allen zehn Matrizen aggregiert.



bankenforderungs-Matrix  $A^a = (A^l)^T$ . Ein weiterer Ansatz zur Interpretation des Graphen besteht darin, Richtungen außer Acht zu lassen und zwei Banken als miteinander verbunden zu betrachten, wenn zwischen ihnen entweder Verbindlichkeiten oder Forderungen bestehen. Durch diese Darstellung erhält man einen ungerichteten Graphen, dessen entsprechende Adjazenzmatrix  $A_{ij} = 1$ , wenn eine Interbankenverbindlichkeit oder -forderung besteht. Bei unserer dritten Möglichkeit der Darstellung wird eine ungerichtete, aber gewichtete Adjazenzmatrix als  $A_{ij}^w = L_{ij} + L_{ji}$  definiert, womit die Brutto-Interbankenverbindungen, d. h. das Gesamtvolumen von Verbindlichkeiten und Forderungen für jeden Knoten, gemessen werden. Die Entscheidung über die Wahl des Ansatzes hängt von den Informationen ab, die dem Netzwerk entnommen werden sollen. Für statistische Beschreibungen der Netzwerkstruktur sind die Matrizen  $A$ ,  $A^a$  und  $A^l$  ausreichend; zur Rekonstruktion von Clustern (Cliquesstruktur) eines Graphen bietet sich eher die gewichtete Adjazenzmatrix  $A^w$  an.

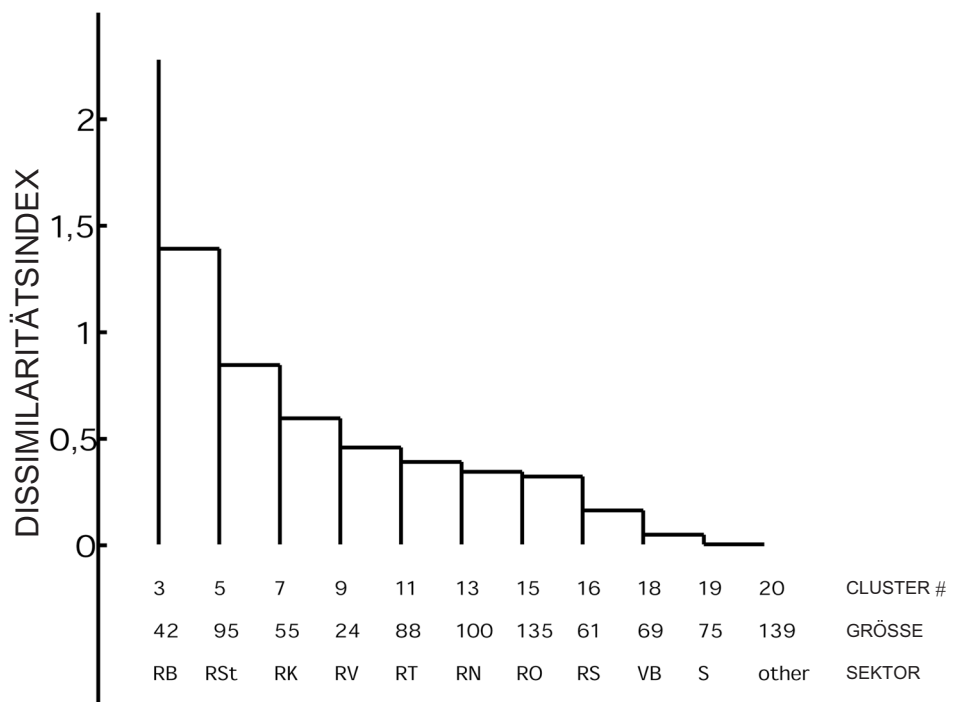
### Funktionale Cluster

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, um in einem gegebenen Netzwerk funktionale Cluster zu bilden. Viele Algorithmen berücksichtigen lokale Informationen rund um einen gegebenen Knoten, wie etwa die Anzahl der nächsten Nachbarn, die dieser Knoten mit anderen gemeinsam hat, oder die Anzahl der Pfade zu anderen Knoten (siehe z. B. Wasserman und Faust, 1994, oder Ravasz et al., 2001). Vor kurzem wurde ein globaler Algorithmus entwickelt, der den Begriff der Knoten-Betweenness (Freeman, 1977) auf Verbindungen (Girvan und

Newman, 2001) ausweitet. Dieser elegante Algorithmus ist den meisten traditionellen Ansätzen in Bezug auf die Zuordnung von Knoten zu Clustern überlegen; eine Maßzahl für die Unterschiede zwischen Clustern bietet er jedoch nicht. Zhou (2003a) führte einen Algorithmus ein, der mindestens dieselbe Performance wie jener von Girvan und Newman (2001) aufweist und gleichzeitig mit dem so genannten Dissimilaritätsindex eine derartige Maßzahl bietet. Der Algorithmus basiert auf einer in Zhou (2003b) vorgestellten Distanzdefinition.

Bei der Analyse unseres Interbankennetzwerks wenden wir letzteren Algorithmus auf die gewichtete Adjazenzmatrix  $A^w$  an. Davor ordnen wir aus numerischen Gründen alle Einträge in  $A^w$  über ein Niveau von 300 Mio EUR ein:  $A_{clip}^w = \min(A^w, 300m)$ . Die daraus resultierende Cliquesstruktur (Grafik 1(a)) kann mit der tatsächlichen Struktur des Bankensystems verglichen werden. Aus Grafik 2 ist das Ergebnis für die Cliquesstruktur basierend auf einem repräsentativen Datensatz ersichtlich.

Die auf anderen Datensätzen beruhenden Ergebnisse sind praktisch ident. Der Algorithmus legt Cliques von Banken fest, die in zwei oder drei Ebenen organisiert sind (im vorliegenden Fall die Sektoren R, VB und S). Für Banken, die nicht hierarchisch strukturiert sind, wie etwa Banken in den Sektoren SB, AB, HB und BSP, ist keine starke Cliquesstruktur zu erwarten. Der Algorithmus ordnet diese Banken einem Cluster unter der Bezeichnung „sonstige“ zu. Der Raiffeisensektor mit seinen Substrukturen auf Bundesländerebene wird in weitere Cluster unterteilt, die entsprechend gekennzeichnet werden



Grafik 2: Dissimilaritätsindex der verschiedenen Bankengruppen

Anmerkung: Cliquesstruktur des österreichischen Interbankenmarkt-Netzwerks, basierend auf Daten vom September 2002. Der Dissimilaritätsindex ist eine Maßzahl der Verschiedenheit der Cluster.

(B, St, K, V, T, NÖ, OÖ, S).<sup>3</sup> So steht in Grafik 2 etwa RS für den Raiffeisensektor im Bundesland Salzburg. Insgesamt gab es bei einer Gesamtzahl von  $N = 883$  Banken 31 Fälle von Zuordnungen zu falschen Clustern, das entspricht einer Misspezifikationsrate von 3,5%. Dieses Ergebnis unterstreicht die Qualität des Dissimilaritätsalgorithmus und, was noch viel wichtiger ist, die Qualität des Entropieansatzes zur Rekonstruktion der Matrix  $L$ .

### Gradverteilung

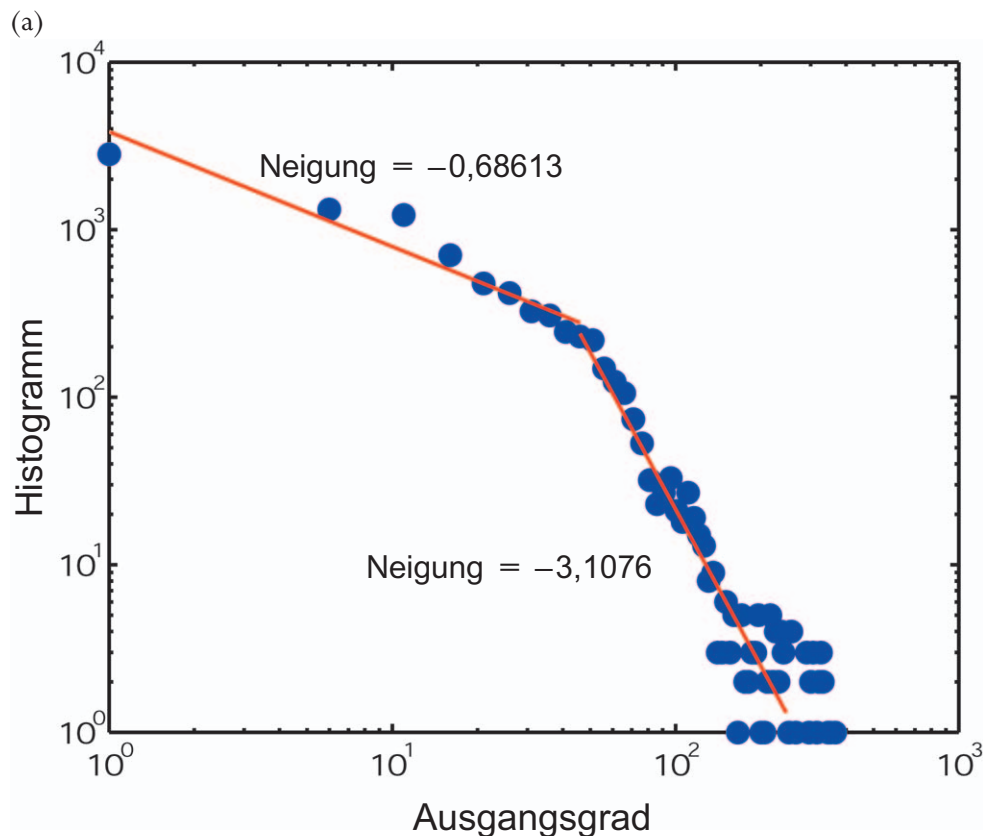
Wie bei vielen realen Netzwerken folgt die Gradverteilung auf dem Interbankenmarkt für alle drei Darstellungen –  $A^l$ ,  $A^a$  und  $A$  – einem Potenzgesetz. In Grafik 3(a) und 3(b) werden die Ausgangsgrad-Verteilung (Verbindlichkeiten) und die Eingangs-

grad-Verteilung (Forderungen) im Netz der Interbankenverbindlichkeiten dargestellt. Aus Grafik 3(c) ist die Gradverteilung des Interbankenverbindungsgraphen  $A$  ersichtlich. In allen drei Fällen ergeben sich zwei Regionen, die durch ein Potenzgesetz gefittet werden können. Dementsprechend betten wir eine Regressionslinie in den Bereich mit geringer Steigung und eine in den Bereich mit großer Steigung ein. Wir verwenden dazu ein robustes Least-Square-Verfahren. Die Werte der Exponenten  $\gamma_{tail}$  der Knotengradverteilung sind  $\gamma_{tail}(A^l) = 3,11$ ,  $\gamma_{tail}(A^a) = 1,73$  und  $\gamma_{tail}(A) = 2,01$ . Der Ausgangsgrad des Exponenten liegt innerhalb der Bandbreite von mehreren anderen komplexen realen Netzwerken; dazu gehören etwa die Zusammenarbeit von Schauspielern (3,1) bei Albert und Barabási

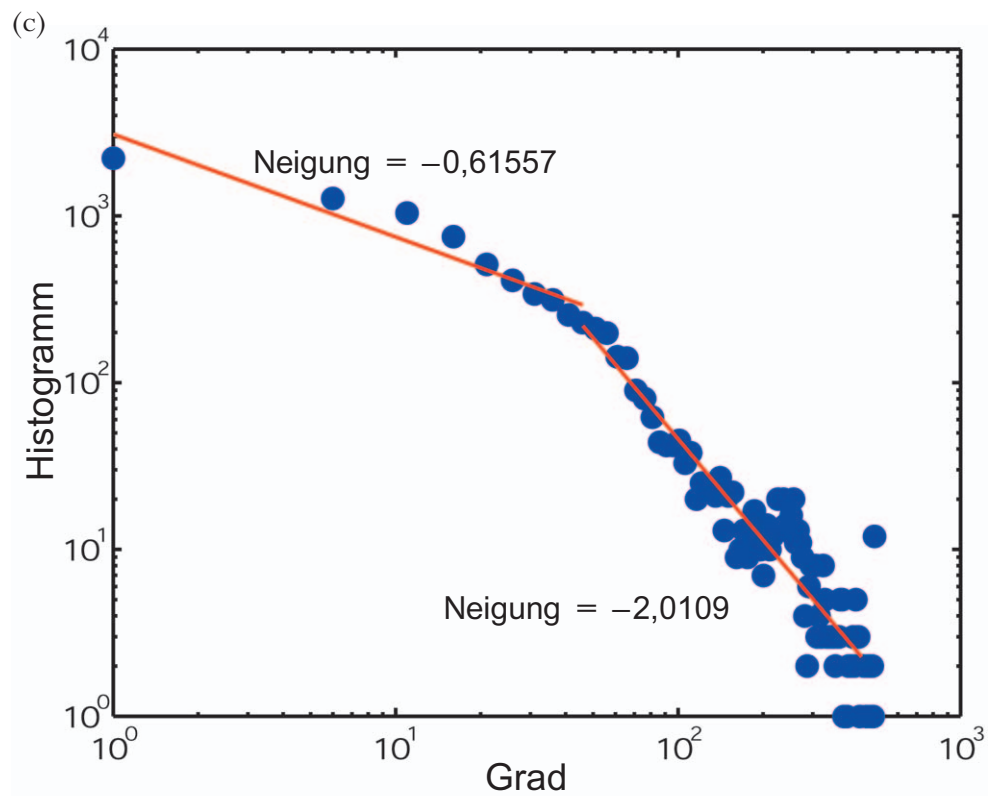
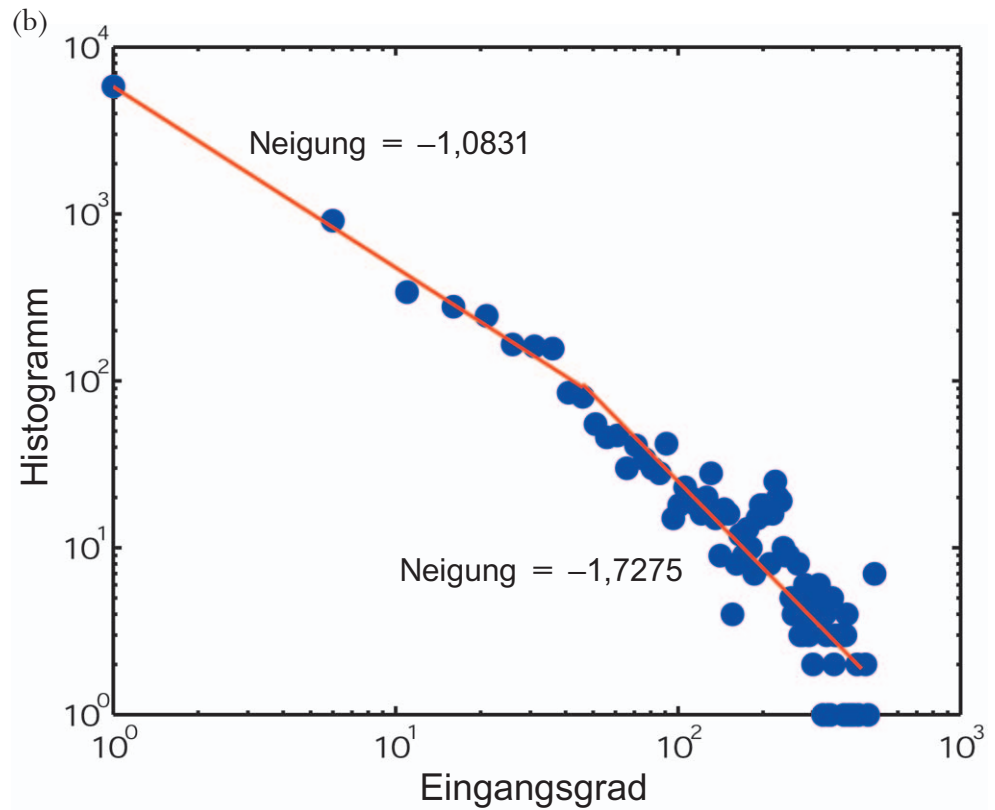
<sup>3</sup> Burgenland, Steiermark, Kärnten, Vorarlberg, Tirol, Niederösterreich, Oberösterreich, Salzburg.

(2000) oder Sexualkontakte (3,4) bei Liljeros et al. (2001). Exponenten um 2 sind etwa das Internet (2,1) bei Albert et al. (1999) oder die Zusammenarbeit von Mathematikern (2,1) bei Barabási et al. (2002). Beispiele für Exponenten von ca. 1,5 sind E-Mail-Netzwerke bei Ebel et al. (2002) und Koautorenschaften (1,2) bei Newman (2001). Für den linken Bereich der Verteilung (kleine Knotengrade) stellen wir  $\gamma_{small}(A^l) = 0,69$ ,  $\gamma_{small}(A^a) = 1,01$  und  $\gamma_{small}(A) = 0,62$  fest. Im Vergleich zu anderen realen Netzwerken sind diese Exponenten klein; ein Beispiel dafür sind Nahrungsnetze mit einem

Koeffizienten von 1,0 (siehe Montoya und Solé, 2000). Wir stellten fest, dass die Verteilung für die kleinen Grade beinahe zur Gänze von Banken des Sektors R dominiert wird. Die meisten kleinen Banken in diesem Sektor unterhalten Verbindungen zu den Landeszentralen und haben nur wenige Beziehungen zu anderen Banken. Dadurch entsteht eine stark hierarchisch geprägte Struktur, wie auch aus Grafik 1(a) ersichtlich ist. Die geringen Skalierungsexponenten spiegeln diese hierarchische Struktur vollkommen wider (Trusina et al., 2003).







Grafik 3: Gradverteilung

Anmerkung: Empirische Ausgangsgrad-Verteilung (a) und Eingangsgrad-Verteilung (b) des Interbankverbindlichkeiten-Netzwerks. Aus (c) ist die Gradverteilung des Interbankverbindungen-Netzwerks ersichtlich. Die Punkte sind Histogramme von aggregierten Daten von allen zehn Datensets.

### Clustering-Koeffizient

Zur Quantifizierung des Clustering-Phänomens innerhalb des Bankennetzwerks verwenden wir den so genannten Clustering-Koeffizienten  $C$ , der durch

$$C = \frac{3 \times (\text{Zahl der Dreiecke auf dem Graphen})}{\text{Zahl der verbundenen Knotentripel}} \quad (4)$$

definiert ist. Dieser stellt die Wahrscheinlichkeit dar, dass zwei Knoten, die mit einem beliebigen gegebenen dritten Knoten verbunden sind, auch miteinander verbunden sind. Ein hoher Clustering-Koeffizient bedeutet, dass für zwei Banken, die eine Interbankbeziehung mit einem dritten Kreditinstitut unterhalten, die Wahrscheinlichkeit, dass auch zwischen ihnen eine Interbankbeziehung besteht, größer ist als für zwei beliebige Banken im Netzwerk. Der Clustering-Koeffizient ist nur in ungerichteten Graphen genau definiert. Wir stellen fest, dass der Clustering-Koeffizient des Verbindungsnetzwerks ( $A$ )  $C = 0,12 \pm 0,01$  (mittlere und Standardabweichung in zehn Datensätzen) und somit im Vergleich zu anderen Netzwerken relativ klein ist. Für den Interbankenmarkt ist ein kleiner Clustering-Koeffizient ein plausibles Ergebnis. Die Banken haben zwar ein Interesse an einer gewissen Diversifikation ihrer Interbankbeziehungen, doch ist die Erhaltung einer Verbindung auch kostspielig. Wenn also zwei kleine Kreditinstitute mit ihrem Spitzeninstitut eine Interbankbeziehung unterhalten, besteht für sie kein Grund, auch zwischen ihnen selbst eine Verbindung aufzubauen.

### Durchschnittliche Pfadlänge

Mithilfe des Dijkstra-Algorithmus (Gibbons, 1985) errechnen wir für die drei Netze  $A^l$ ,  $A^a$ ,  $A$  eine durchschnittliche Pfadlänge von  $\bar{\ell}(A^l) =$

$\bar{\ell}(A^a) = 2,59 \pm 0,02$ . Dabei besteht die Möglichkeit, dass in einem gerichteten Graphen nicht alle Knoten erreicht werden können; wir beschränken unsere Statistik daher auf die größte Zusammenhangskomponente (Giant Component) der gerichteten Graphen. Die durchschnittliche Pfadlänge in dem (ungerichteten) Interbankverbindungs-Netzwerk  $A$  ist  $\bar{\ell}(A) = 2,26 \pm 0,03$ . Auf Basis dieser Ergebnisse stellt sich das österreichische Interbankennetzwerk wie eine sehr „kleine Welt“ mit einem Trennungsgrad von rund drei Kantenzügen dar. Unter Berücksichtigung der zuvor beschriebenen Cliquenstruktur entspricht dieses Ergebnis den Erwartungen. Die Organisationsstruktur mit zwei bzw. drei Ebenen (mit Spitzeninstituten und untergeordneten Instituten) bewirkt offenbar kurze Pfadlängen über die obere Ebene des Bankensystems und somit einen geringen Trennungsgrad.

### Schlussfolgerungen

Mit der Auswertung eines Datensatzes der OeNB für den österreichischen Interbankenmarkt wird in unserer Analyse ein erster Eindruck eines realen Interbankennetzes geschaffen. Auch wenn der österreichische Interbankenmarkt klein ist, ähnelt seine Struktur jener in anderen europäischen Ländern, einschließlich der großen Volkswirtschaften Deutschland, Frankreich und Italien. Wir zeigen, dass die Größenverteilung der Verbindlichkeiten einem Potenzgesetz folgt. Diese Ergebnisse können als abhängig von der zugrunde liegenden Größen- und Vermögensverteilung der Banken verstanden werden, die Potenzexponenten mit ähnlichen Werten aufweisen. Unseren Erkenntnissen zufolge bestehen im Interbankennetzwerk – wie in vielen anderen

realen Netzwerken – in der Gradverteilung Potenzgesetzabhängigkeiten. Wir konnten zeigen, dass innerhalb des gesamten Netzwerks unterschiedliche Skalierungsexponenten sich auf unterschiedliche Netzwerkstrukturen in verschiedenen Bankensektoren beziehen. Die Skalierungsexponenten der Raiffeisenbanken (R) sind auf Grund der hierarchischen Struktur dieses Sektors sehr niedrig, während andere Banken Skalierungsexponenten aufweisen, die auch in anderen realen Netzwerken festzustellen sind. Unabhängig von der Größe des Skalierungsexponenten ist das Vorliegen eines Potenzgesetzes ein starker Hinweis auf ein Netzwerk, das gegenüber unvorhergesehenen Bankinsolvenzen oder sogar einem gezielten Angriff (Albert et al., 2000) widerstandsfähig

ist. Das Interbankennetzwerk hat einen geringen Clustering-Koeffizienten, der die Analyse der Cliquesstruktur widerspiegelt. Diese erbrachte ein eindeutiges Netzwerkstrukturmuster, demzufolge Banken in erster Linie mit ihren jeweiligen Spitzeninstituten Verbindungen pflegen, während diese wenigen Spitzeninstitute wiederum untereinander Beziehungen unterhalten. Aus dieser Struktur folgt, dass das Interbankennetzwerk eine „kleine Welt“ mit einem ausgesprochen niedrigen Trennungsgrad zwischen zwei beliebigen Knoten im System ist. Zudem zeigen unsere Ergebnisse, dass bei der Modellierung von Interbankbeziehungen künftig große Klassen unrealistischer Netzwerktypen ausgeschlossen werden können.

### Literaturverzeichnis

- Albert, R. und A.-L. Barabási. 2000.** Topology of Evolving Networks: Local Events and Universality. *Phys. Rev. Lett.* 85. 5234–5237.
- Albert, R., H. Jeong und A.-L. Barabási. 1999.** Diameter of the World Wide Web. *Nature* 401. 130.
- Albert, R., H. Jeong und A.-L. Barabási. 2000.** Error and attack tolerance of complex networks. *Nature* 406. 378–382.
- Allen, F. und D. Gale. 2000.** Financial Contagion. *Journal of Political Economy* 108, 1.
- Axtell, R. L. 2001.** Zipf Distribution of U.S. Firm Sizes. *Science* 293. 1818–1820.
- Barabási, A.-L., H. Jeong, Z. Neda, E. Ravasz, A. Schubert und T. Vicsek. 2002.** Scale Free Topology of E-mail Networks. *Physica A* 311. 590.
- Blien, U. und F. Graef. 1997.** Entropy Optimizing Methods for the Estimation of Tables. In: Balderjahn, I., R. Mathar und M. Schader (Hrsg.). *Classification, Data Analysis, and Data Highways*. Berlin: Springer Verlag.
- Dorogovtsev, S. N. und J. F. F. Mendes. 2003.** *Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW*. Oxford University Press.
- Ebel, H., L. I. Mielsch, S. Bornholdt. 2002.** Scale Free Topology of E-mail Networks. *Phys. Rev. E* 66, 036103.
- Fang, S. C., J. R. Rajasekara und J. Tsao. 1997.** *Entropy Optimization and Mathematical Programming*. Kluwer Academic Publishers.
- Freeman, L. C. 1977.** A Set of Measures of Centrality Based Upon Betweenness. *Sociometry* 40, 35.
- Freixas, X., L. Parigi und J. C. Rochet. 2000.** Systemic Risk, Interbank Relations and Liquidity Provision by the Central Bank. *Journal of Money, Credit and Banking* 32.
- Gibbons, A. 1985.** *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press.
- Girvan, M. und M. E. J. Newman. 2002.** Community Structure in Social and Biological Networks. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 99. 7821–7826.

- Hartmann, P. und O. DeBandt. 2000.** Systemic Risk: An Overview. European Central Bank Working Paper 35.
- Liljeros, F., C. F. Edling, L. A. N. Amaral, H. E. Stanley und Y. Aberg. 2001.** The Web of Human Sexual Contacts. *Nature* 411. 907.
- Montoya, J. M. und R. V. Solé. 2000.** Topological Properties of Food Webs. From Real Data to Community Assembly Models. Santa Fe Institute Working Papers. 00-10-059.
- Newman, M. E. J. 2001.** Who is the Best Connected Scientist? A Study of Scientific Coauthorship Networks, Scientific Collaboration Networks. *Phys. Rev. E* 64, 016131 und 016132.
- Ravasz, E., A. L. Somera, D. A. Mongru, Z. N. Oltvai und A.-L. Barabási. 2001.** Hierarchical Organization of Modularity in Metabolic Networks. *Science* 297. 1551–1555.
- Sheldon, G. und M. Maurer. 1998.** Interbank Lending and Systemic Risk. *Swiss Journal of Economics and Statistics* 134. 685.
- Solomon, S. und M. Levy. 2000.** Market Ecology, Pareto Wealth Distribution and Leptokurtic Returns in Microscopic Simulation of the LLS Stock Market Model. e-print: arXiv. <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0005416>.
- Summer, M. 2003.** Banking Regulation and Systemic Risk. *Open Economies Review* 1. 43.
- Thurner, S., R. Hanel und S. Pichler. 2003.** Risk Trading, Network Topology, and Banking Regulation. *Quantitative Finance* 3. 306–319.
- Trusina, A., S. Maslov, P. Minnhagen und K. Sneppen. 2003.** Hierarchy Measures in Complex Networks. e-print: arXiv: <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0308339>.
- Upper, C. und A. Worms. 2002.** Estimating Bilateral Exposures in the German Interbank Market: Is there a Danger of Contagion? Deutsche Bundesbank, Discussion paper 09.
- Wasserman, S. und K. Faust. 1994.** *Social Network Analysis: Methods and Applications*. Cambridge University Press.
- Watts, D. J. 1999.** *Small Worlds: The Dynamics of Networks between Order and Randomness*. Princeton University Press.
- Zhou, H. 2003a.** Electronic States Around a Vortex Core in High-Tc Superconductors Based on the t-J model. *Phys. Rev. E* (in print) e-print: arXiv: <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0302030>.
- Zhou, H. 2003b.** Distance, Dissimilarity Index, and Network Community Structure. e-print: arXiv. <http://xxx.lanl.gov/abs/physics/0302032>.