

Modellierung abhängiger Kreditrisiken für den Einsatz in der Off-Site-Bankenaufsicht¹

Evgenia Glogova,
Richard Warnung²

In den letzten fünf Jahren hat die Oesterreichische Nationalbank (OeNB), gemeinsam mit der österreichischen Finanzmarktaufsicht (FMA) und Universitätsfachleuten, verschiedene moderne Instrumente für die Off-Site-Bankenanalyse und -aufsicht entwickelt und implementiert. Eines dieser Instrumente ist das Value-at-Risk (VaR)-Modell, das die standardisierte Quantifizierung des ökonomischen Kapitals von einzelnen Banken ermöglicht. Im Rahmen dieses Portfoliomodells wird aus der Aggregation des Kredit-VaR, des Markt-VaR und des operationalen VaR unter Annahme einer perfekten Korrelation zwischen den Risikokategorien ein Gesamt-VaR errechnet. Derzeit beruht die Methodologie zur Messung des Kreditrisikos der Portfolios von Banken auf dem CreditRisk⁺-Standardmodell, einem versicherungsmathematischen Modell zur Aggregation von Risiken in einem Kreditportfolio mit einem einzelnen Risikofaktor.

Die OeNB und die Technische Universität Wien starteten im Jahr 2005 ein Forschungsprojekt mit dem Ziel, eine Erweiterung des Kreditrisikomodells zu entwickeln, die Portfoliodiversifikationseffekten besser Rechnung trägt. Da das herkömmliche CreditRisk⁺-Modell nach orthogonalen Hintergrundfaktoren verlangt, können Industriesektoren oder andere makroökonomische Faktoren, die oft als stark korreliert erscheinen, nicht verwendet werden. Diese Studie gibt einen Überblick über den im Rahmen des Projekts gewählten Ansatz für die Modellierung von Korrelationen zwischen systematischen Risikofaktoren. Auch andere Erweiterungen des Modells, beispielsweise zur Berechnung des Risikobeitrags eines einzelnen Kreditnehmer oder zur Berücksichtigung eines stochastischen Verlusts bei Ausfall (Loss Given Default – LGD) werden angesprochen.

JEL-Klassifikation: C16, C65, G38

Schlagwörter: Value-at-Risk (VaR), Expected Shortfall (ES), CreditRisk⁺, Faktorkorrelationen, Risikobeiträge, Off-Site-Bankenaufsicht

1 Einleitung

Da die Vor-Ort-Prüfung von Banken sehr ressourcen- und zeitintensiv ist und aufgrund der in Österreich sehr hohen Bankendichte nicht in hoher Frequenz durchgeführt werden kann, spielt die Off-Site-Analyse hierzu eine wichtige Rolle im Aufsichtsprüfungprozess. Aus diesem Grund initiierte die Oesterreichische Nationalbank (OeNB), gemeinsam mit der Finanzmarktaufsicht (FMA) und Forschern aus dem universitären Bereich, in den letzten Jahren verschiedene

Projekte zur Entwicklung moderner Instrumente für die angemessene Risikoquantifizierung auf Einzelbankenebene. Unter der Verwendung von bankaufsichtlichen Meldedaten können diese Modelle auf standardisierte Weise potenzielle Probleme in den Banken aufdecken. Die zeitgerechte Erkennung von Risikopotenzialen und drohenden Problemen in den Banken ist eine wesentliche Voraussetzung für die Aufrechterhaltung der Finanzmarktstabilität in Österreich.

¹ Die in diesem Beitrag vertretenen Ansichten geben die Meinung der Autoren und nicht notwendigerweise jene der OeNB und des Eurosystems wieder. Übersetzung aus dem Englischen.

² Evgenia Glogova, Oesterreichische Nationalbank, evgenia.glogova@oenb.at; Richard Warnung, Institut für Wirtschaftsmathematik, Forschungsgruppe Finanz- und Versicherungsmathematik, Technische Universität Wien, rwarnung@fam.tuwien.ac.at.

Eines dieser neuen Instrumente für die Off-Site-Analyse ist ein Portfolio-Modell zur Schätzung des ökonomischen Kapitals jeder einzelnen Bank. Dieses soll den gesamten mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit möglichen Verlust im Zeithorizont von einem Jahr abdecken. Als gängigste Risikomaße für die Quantifizierung des ökonomischen Kapitals haben sich Value at Risk (VaR) und Expected Shortfall (ES) etabliert. Damit können Risiken in den einzelnen Risikokategorien nicht nur quantifiziert, sondern auch aggregiert werden: Der Gesamt-VaR wird als Aggregation des Kredit-VaR, des Markt-VaR und des operationalen VaR unter Annahme einer perfekten Korrelation zwischen den Risikokategorien berechnet. Ein Vergleich des gesamten potenziellen Verlusts für das nächste Jahr auf einem bestimmten Konfidenzniveau mit allen verfügbaren Kapitalreserven lässt Schlussfolgerungen über die Risikotragfähigkeit jeder einzelnen Bank in Österreich zu (siehe OeNB und FMA, 2004).

Zur Berechnung des Kredit-VaR und Beurteilung des Kreditrisikos wird derzeit ein Modell verwendet, welches auf dem herkömmlichen CreditRisk⁺-Modell (einem versicherungsmathematischen Modell zur Aggregation von Risiken in einem Kreditportfolio mit einem einzigen Risikofaktor) basiert: Dabei entsteht die Abhängigkeit zwischen den Kreditnehmern implizit aufgrund eines einzigen systematischen Risikofaktors, der die Ausfallwahrscheinlichkeit der Kreditnehmer beeinflusst. Der herkömmliche CreditRisk⁺-Ansatz sieht die Verwendung von meh-

ren gemeinsamen Risikofaktoren vor, die allerdings statistisch unabhängig sein müssen. Die Orthogonalität der Hintergrundrisikofaktoren erlaubt keinerlei Vergleich mit realen makroökonomischen Faktoren oder Sektoren, die oft als stark korreliert erscheinen.

Im Jahr 2005 starteten die OeNB und die Technische Universität Wien ein Forschungsprojekt³ mit dem Ziel, eine Erweiterung des Kreditrisikomodells zu entwickeln, die den Portfolio- diversifikationseffekten besser Rechnung trägt. Da das herkömmliche CreditRisk⁺-Modell nach orthogonalen Hintergrundfaktoren verlangt, können Industriesektoren oder andere makroökonomische Faktoren, die oft als stark korreliert erscheinen, nicht verwendet werden. Diese Studie gibt einen Überblick über den gewählten Ansatz, die Korrelationen zwischen den systematischen Risikofaktoren einzubeziehen. Auch andere Erweiterungen des Modells, etwa zur Berechnung des Risikobeitrags eines einzelnen Kreditnehmers oder zur Berücksichtigung des stochastischen Verlusts bei Ausfall (Loss Given Default – LGD) werden angesprochen.

1.1 Das Modell im Überblick

Die Modellierung von Abhängigkeiten zwischen den Risikofaktoren stellt die wesentlichste Erweiterung in dem neuen Ansatz im Vergleich zum derzeit verwendeten Ein-Faktor-Modell und seiner numerisch stabilen Implementierung dar. Zwei multivariate Faktorverteilungen, die Faktorkorrelationen zulassen, werden verwendet. Die momenterzeugenden Funktionen der beiden Verteilungen

³ Das Projekt leitete Professor Dr. Uwe Schmock, Institut für Wirtschaftsmathematik, Forschungsgruppe Finanz- und Versicherungsmathematik, Technische Universität Wien.

weisen eine geschlossene analytische Form auf und erlauben die Anwendung einer weiterentwickelten Version des rekursiven Algorithmus aus der bisherigen Implementierung. Die Parameter der neuen Verteilungen müssen dann an die Kovarianzmatrix der Risikofaktoren angepasst werden.

Zunächst wird eine multivariate Gammaverteilung unterstellt, bei der die Abhängigkeit zwischen den Sektoren aus ihrer gemeinsamen Abhängigkeit von einer einzigen Hintergrundvariablen resultiert; aus diesem Grund wird dieses Modell Hidden-Gammamodell genannt. Wie in Giese (1996) erwähnt, führen Einschränkungen hinsichtlich der Korrelationsparameter des Modells zu einer äußerst heterogenen Abhängigkeitsstruktur der Kreditnehmerausfälle in verschiedenen Sektoren und erschweren die Kalibrierung auf eine Zielkovarianzmatrix; nur selten liefert die geschätzte Kovarianzmatrix eine gute Approximation für die zu modellierende tatsächliche Kovarianzmatrix. Das Hidden-Gammamodell kann nur dann gute Ergebnisse liefern, wenn Faktoren mit hoher Varianz auch deutlich höher korrelieren als andere Faktoren.

Die zweite verwendete multivariate Faktorverteilung ist die Compound-Gammaverteilung, die eine günstigere Kovarianzstruktur aufweist. In diesem Fall handelt es sich bei den Gammaverteilungen um Mischverteilungen, wobei die Faktorvariablen bedingt auf eine positive gammaverteilte Zufallsvariable T unabhängig gammaverteilt sind (in diesem Fall werden die Parameter der Gammaverteilungen der Faktoren – und nicht die Faktorvariablen selbst – einheitlich von T skaliert). Das Compound-Gammamodell liefert Korrelationsstrukturen, die näher an

der Realität liegen als die verdeckte Gammaverteilung.

Die Parametereigenschaften dieser beiden Verteilungen ermöglichen den Einsatz einer weiterentwickelten Version des bereits im Ein-Faktor-Modell verwendeten Rekursionsalgorithmus. Die Kalibrierung des Modells ist jedoch weiterhin sehr kompliziert: Die Anpassung des Modells an eine extern vorgegebene Kovarianzstruktur ist schwierig: infolge der Parametereinschränkungen lassen sich die geschätzten Abhängigkeiten nicht immer in ausreichendem Maß in Übereinstimmung mit dieser vorgegebenen Kovarianzstruktur bringen.

Die zweite wichtige Erweiterung des Modells besteht in der Möglichkeit, die individuellen Risikobeiträge der Kreditnehmer zu berechnen. Zur weiteren Portfolioanalyse kann der ES eines bestimmten Konfidenzniveaus in Risikobeiträge einzelner Kreditnehmer und Risikosektoren zerlegt werden, sodass der Einfluss einzelner Teilportfoliorisiken auf das Portfoliorisiko ersichtlich wird (siehe Tasche, 2004, und Schmock, 2006).

Zuletzt wird der klassische Ansatz erweitert, um den stochastischen LGD zu berücksichtigen. Werden Sicherheiten verwendet, entsteht ein zweifaches Risiko: Unsicherheit besteht einerseits hinsichtlich des Zugriffs auf die Sicherheiten und der für einen Verkauf erforderlichen Kosten sowie andererseits hinsichtlich des Marktwertes und der Liquidität der Sicherheiten. Der Einsatz von Sicherheiten zur Minderung des Kreditrisikos verursacht daher ein zusätzliches LGD-Risiko, dem durch eine stochastische LGD-Rate Rechnung getragen werden kann. Derzeit kann mit Binomial- und einigen empirischen Verteilungen gearbeitet werden.

1.2 Weitere Forschungsarbeiten zu diesem Thema

Der Ansatz von Bürgisser et al. (1999) zur Kalibrierung der Sektorvarianz im Ein-Faktor-Modell berücksichtigt Sektorabhängigkeiten. Giese (1996) stellt diesen Ansatz dem Hidden- und dem Compound-Gammamodell gegenüber: Im Vergleich mit den anderen erwähnten Modellen stellt Letzteres einen angemessenen Trade-Off dar und weist durchwegs dickere Enden („fatter tails“) auf als das herkömmliche CreditRisk⁺- und das von Bürgisser et al. vorgeschlagene Modell. Anders als beim Hidden-Gammamodell wird beim Compound-Gammamodell die Heterogenität der vorgegebenen Kovarianzmatrix geglättet, wodurch weniger dicke Tails als beim Hidden-Gammamodell entstehen und in den meisten Fällen der beste Fit an die empirische Kovarianzstruktur erreicht wird.

Gusso (2003) beschreibt einen neueren Ansatz für ein allgemeines Konzept zur Kalibrierung von abhängigen Kreditrisikomodellen. Dieser umfasst zwei Urnenmodelle für die gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeit von abhängigen Kreditrisiken und einen auf dem Erwartungsmaximierungs-Algorithmus („expectation maximization algorithm“) basierenden Schätzansatz.

1.3 Anwendungsmöglichkeiten in der Off-Site-Bankenanalyse und -aufsicht

Beginnend mit dem ersten Quartal 2007 wird zunächst quartalsweise mit Hilfe des neuen Modells die Kreditverlustverteilung jeder einzelnen Bank in Österreich aber auch jene eines Benchmarkportfolios, das die Kreditforderungen aller Banken umfasst, auf standardisierte Weise berechnet. Damit soll das Kreditrisiko

einzelner Banken beurteilt und Einblick in die Kreditrisikosituation des gesamten Bankensystems gewonnen werden.

Danach wird der potenzielle Kreditverlust auf einem bestimmten Konfidenzniveau gemeinsam mit dem Marktverlust und dem Verlust aus operationalen Risiken auf demselben Konfidenzniveau aggregiert, um unter der Annahme perfekter Korrelation zwischen den drei Risikokategorien den Gesamtverlust eines einzelnen Kreditinstituts zu erhalten. Der Gesamtverlust wird dann mit dem Deckungspotenzial der Bank, das durch ihre verfügbaren Kapitalreserven unterschiedlicher Qualität quantifiziert wird, verglichen.

Es werden die Wahrscheinlichkeiten von finanziellen Problemen in unterschiedlichem Ausmaß berechnet, etwa die Wahrscheinlichkeit von Verlusten jenseits der Höhe, für die Vorsorge getroffen wurde, oder die Wahrscheinlichkeit, dass der bilanzielle Eigenmittelüberschuss zur Abdeckung der Verluste verwendet werden muss, ohne die Bank in den Konkurs zu treiben etc. (siehe OeNB und FMA, 2004). Außerdem lassen sich für jede einzelne Bank die wichtigsten Risikobeitragsfaktoren ermitteln.

Schließlich können auch verschiedene Szenarioanalysen durchgeführt werden, um Informationen über mögliche Bedrohungen für die Solidität der Banken zu erhalten.

Das Modell ist in Java implementiert und kann über eine Benutzeroberfläche gesteuert werden. Die Varianzen der Risikofaktoren und die Parameter, welche die Faktorkorrelation determinieren, können mithilfe von Matlab geschätzt werden.

Die konsolidierten Ergebnisse über mögliche Bankenprobleme werden quartalsweise in Form von Stan-

dardberichten veröffentlicht, die detaillierte Informationen zu den ermittelten Risikomaßzahlen enthalten.

2 Daten

Als wichtigste Datenquellen dienen die aufsichtlichen Meldedaten aus dem Monatsausweis und der Großkreditevidenz (GKE) der OeNB. Außerdem werden Daten des Krediterschutzverbandes von 1870 (KSV) über die Ausfallhäufigkeit in Branchengruppen verwendet.

Kredit- und Finanzinstitute sind verpflichtet, der OeNB Großkredite auf monatlicher Basis zu melden. Diese Meldepflicht für ein Institut besteht, wenn eingeräumte Kreditrahmen oder Kreditausnutzungen für einen Kreditnehmer 350.000 EUR übersteigen. In der GKE sind damit im Durchschnitt rund 80% des Kreditvolumens der österreichischen Banken erfasst, wobei insbesondere bei kleinen Banken der individuelle Abdeckungsgrad sehr niedrig sein kann.

Zusätzlich zu den Bilanzdaten enthält der Monatsausweis auch eine Vielzahl anderer Daten, die für Aufsichtszwecke erforderlich sind, einschließlich Zahlen über Kapitaladäquanz sowie über Kredite und Einlagen in unterschiedlichen Laufzeitkategorien.

Die Monatsausweis- und GKE-Daten liefern detaillierte Informationen über die Kreditportfolios der Banken. Das unterhalb der Meldegrenze liegende Kreditvolumen wird anhand eines Berichts, der Teil des Monatsausweises ist und die Anzahl der Kredite an inländische Nichtbanken für unterschiedliche Volumen-

klassen angibt, approximiert. Für ausländische Kredite ist keine vergleichbare Statistik verfügbar. Nachdem man jedoch annehmen kann, dass diese Kredite größtenteils die Grenze von 350.000 EUR übersteigen, kann das mit ausländischen Darlehen unterhalb dieser Grenze verbundene Risiko vernachlässigt werden.

Da in unserem Ansatz die Risikofaktoren auf Basis von Industriesektoren definiert sind, wird jeder Kredit einem Sektor zugeordnet. Die Definition dieser Sektoren basiert auf der NACE-Systematik⁴ der Kreditnehmer und kann über die Benutzeroberfläche jederzeit geändert werden. Zum jetzigen Zeitpunkt wurden zu Testzwecken vier Risikosektoren auf Basis des NACE-Codes definiert: Grundstoffindustrien; Produktion, Handel und andere Dienstleistungen; öffentlicher Dienst; und ein Residualsektor. Da nur Kredite über der Meldegrenze an die GKE gemeldet werden, fallen Darlehen unter dieser Grenze dem Residualsektor zu. Aufgrund fehlender Information über die jeweilige Branchenzugehörigkeit müssen auch ausländische Kredite dem Residualsektor zugeordnet werden.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit eines einzelnen Kredits hängt einerseits von der durch die Bank an den jeweiligen Kunden vergebenen Bonitätsklasse und andererseits von der Ausfallhäufigkeit in den Branchen ab, der der Kunde angehört. Die Bonitätseinstufung durch die Bank wird der GKE gemeldet und in die Masterskala der OeNB gemappt, mit der jedem Kredit eine Ausfallwahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann. Die Daten über die Ausfallhäufigkeit stammen

⁴ NACE: *Nomenclature statistique des Activités économiques dans la Communauté Européenne – Statistische Klassifizierung der Wirtschaftszweige in der Europäischen Gemeinschaft.*

vom KSV. Die KSV-Datenbank liefert quartalsweise Zeitreihen von Insolvenzen und die Gesamtfirmenanzahl in den meisten NACE-Zweigen. Damit lässt sich eine Zeitreihe von historisch beobachteten Ausfallhäufigkeiten für die gewählten Branchen berechnen. Für die Erstellung einer Insolvenzstatistik für den Residualsektor, für den es keine zuverlässigen Informationen über die Anzahl der Insolvenzen und die Gesamtfirmenanzahl gibt, werden Durchschnittswerte der verfügbaren Daten verwendet.

3 Beschreibung des Modells

Dem CreditRisk⁺-Modell zugrunde liegt ein versicherungsmathematischer Ansatz für die Aggregation von Kreditrisiken in einem Portfolio, für welches nur wenig Daten über die Kreditnehmer vorhanden sind; dies stellt eine für Regulatoren durchaus übliche Situation dar. Es wurde von CSFP (Credit Suisse Financial Products) entwickelt und ist allgemein als Kreditrisikomodell anerkannt. Die wichtigsten benötigten Inputdaten sind erwartete Ausfallwahrscheinlichkeiten und Kreditforderungen. Außerdem werden in dem klassischen Modell ein oder mehrere unabhängige Risikofaktoren berücksichtigt. Diese Risikofaktoren skalieren die erwarteten Ausfallwahrscheinlichkeiten zufällig und sollten Änderungen in der Bonität der Kreditnehmer beeinflussen. Für die Verteilung der K Risikofaktoren wird jeweils eine Gammaverteilung mit dem Erwartungswert 1 und der Varianz σ_k angenommen. Das Risiko eines einzelnen Kreditnehmers kann von mehr als nur einem Risikofaktor abhängen. Die Stärke dieser Abhängigkeit wird kreditnehmerindividuell durch Gewichtungen ausgedrückt. Um die Berechnungen zu erleichtern

und analytische Ausdrücke zu ermöglichen, wird die Verteilung der Anzahl der Ausfälle bedingt auf die Realisation des Risikofaktors (d. h. für fixe Risikofaktoren) durch eine Poisson-Verteilung approximiert. Die Verteilung der Anzahl der Ausfälle zeigt sich schließlich als Faltung von K negativen Binomialverteilungen, die aus der Vermischung der bedingten Poisson-Verteilung mit der Gammaverteilung der Risikofaktoren entstehen. Überdies berücksichtigt das klassische Modell nur fixe LGDs, die auf das Vielfache einer gemeinsamen Verlusteinheit gerundet werden, um die Anzahl der für die Auswertung benötigten Berechnungen zu verringern. Schließlich können alle Daten in einer wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktion des Gesamtverlusts aggregiert werden, aus der mit einem rekursiven, numerisch stabilen Algorithmus die Verteilung des Gesamtverlusts berechnet wird (siehe Haaf et al., 2004).

3.1 Das Ein-Faktor-Modell, derzeit in Verwendung

Das derzeit für die Off-Site-Bankenanalyse verwendete Modell geht davon aus, dass alle stochastischen Änderungen der Ausfallraten von einem einzigen systematischen Risikofaktor gesteuert werden. Dies impliziert, dass sich ein Wirtschaftsaufschwung oder ein Konjunkturrückgang auf alle Schuldner gleich auswirkt. Mathematisch führen diese Modellannahmen zu relativ hohen Kovarianzen, welche die wahren Abhängigkeiten der Ausfälle vermutlich überschätzen. Die LGDs werden als deterministisch (als fixe Quote der Kreditforderung) angenommen.

3.2 Das erweiterte K-Faktor-Modell

Für das oben erwähnte Ein-Faktor-Modell wurden zahlreiche Erweiterungen in Betracht gezogen. Im ersten Schritt wurde ein Modell mit mehreren Risikofaktoren implementiert. Risikozugehörigkeiten können so bestimmt werden, dass die Schuldner von mehreren Risikofaktoren abhängig sind. Diese Art der Modellierung führt zu Diversifikationseffekten, welche die Risikomaße für extreme Ereignisse, beispielsweise den VaR, senken. In der Praxis werden Branchengruppen so definiert, dass jede Gruppe mittels eines Risikofaktors modelliert wird. Dies führt zu einer Kovarianz von null zwischen den Gruppen und einer relativ hohen Kovarianz innerhalb der Gruppen. Zur Modellierung eines bestimmten Abhängigkeitsgrads zwischen den Gruppen benötigt man Modelle mit abhängigen Risikofaktoren.

3.2.1 Modellierung von Abhängigkeiten

Abhängigkeiten zwischen Risikofaktoren werden auf zwei Arten modelliert (Giese, 1996).

Beim Hidden-Gammamodell hängen die Risikofaktoren von einer gemeinsamen Zufallsvariable ab, die in dieser Studie auch als Risikofaktor bezeichnet wird. Auf diese Weise kann nur ein bestimmter Abhängigkeitsgrad eingeführt werden. Die Möglichkeiten, die Größenordnung der Abhängigkeit und die Flexibilität der Abhängigkeitsstruktur zu ändern, sind beschränkt.

Das Compound-Gammamodell hingegen wird um eine zusätzliche Zufallsvariable erweitert, welche die Verteilungsparameter der Risikofaktoren skaliert. Die Varianz der Zufallsvariablen erzeugt eine Kovarianz der Risikofaktoren und damit Abhängigkeiten zwischen den Ausfällen.

Natürlich wird dieser einzelne zusätzliche Parameter, der nur Werte in einem bestimmten Bereich aufweisen kann, zur Modellierung einer arbiträren Kovarianzstruktur nicht ausreichen.

Dennoch ist eine Modellierung unterschiedlicher Abhängigkeitsgrade möglich, die zwischen den beiden Extremen, erzielt mittels Ein-Faktor-Modell und K-Faktor-Modell mit unabhängigen Risikofaktoren, liegen.

3.2.2 Stochastischer LGD

Die Annahme, dass zwischen den LGDs und allen anderen Zufallsvariablen (einschließlich der Risikofaktoren) Unabhängigkeit besteht, ermöglicht eine Erweiterung des Modells zur Integration der stochastischen LGDs. Es können verschiedene LGD-Verteilungen, die von den Risikofaktorzusammenordnungen abhängen, modelliert werden und somit zur Verbesserung des Modells beitragen. Außerdem ermöglicht die Verwendung von stochastischen LGDs stochastisches Runden, eine Methode mittels derer die Fehler beim Runden der einzelnen Kreditforderungen auf das Vielfache einer gemeinsamen Verlusteinheit deutlich verringert werden.

3.2.3 Risikobeiträge

Zusätzlich zum VaR wurde das Risikomaß ES implementiert (siehe Acerbi und Tasche, 2002). Es wurden Algorithmen zur genauen Berechnung der Beiträge der Schuldner oder Teilportfolios zum ES implementiert. Die Portfoliozusammensetzung lässt sich nun basierend auf einem kohärenten Risikomaß im Detail analysieren.

4 Kalibrierung⁵

Für die Kalibrierung werden Daten des KSV verwendet. Diese Daten bestehen aus den vierteljährlich gemeldeten und nach Branchen gegliederten Ausfällen. Zuerst werden die Ausfallzahlen auf Jahresbasis berechnet. Danach werden alle inländischen Kredite drei generischen Risikosektoren zugeordnet. Für ausländische und alle anderen Kredite ohne Brancheninformationen wird ein Residualektor eingeführt. Aufgrund des Fehlens zuverlässiger Informationen über die Anzahl der Insolvenzen und die Gesamtfirmenzahl für den Residualektor kann dessen Varianz nicht kalibriert werden und wird daher mit einem Wert angenommen, welcher der höchsten der drei anderen Sektorvarianzen entspricht.

Unter der Annahme, dass die Ausfälle jeder Branche von einem Risikofaktor abhängig sind, wird im Kalibrierungsprozess der Parameter der resultierenden Verteilung (negative Binomial- oder Poisson-Verteilung) für jede der drei Branchen geschätzt. In einem ersten Ansatz werden diese Risikofaktoren und dadurch die Ausfälle in den verschiedenen Branchen als unabhängig angenommen.

4.1 Theoretischer Hintergrund

4.1.1 Negative Binomialverteilung versus Poisson-Verteilung

Eine negative Binomialverteilung mit einem Erwartungswert, welcher von der in einem bestimmten Zeitraum erfassten Gesamtfirmenzahl abhängt, wird auf Basis der jährlichen Ausfalldaten geschätzt. In diesem Modell wird die erwartete Anzahl der Ausfälle im Zeitraum i durch $E[N_i]=\lambda T_i$

ausgedrückt. Die Varianz der Ausfälle im Jahr i ist durch $V[N_i]=\lambda T_i(1+\sigma^2\lambda T_i)$ gegeben. Für $\sigma^2=0$ entspricht dies einer Poisson-Verteilung mit einem Erwartungswert und einer Varianz, die durch $E[N_i]=V[N_i]=\lambda T_i$ gegeben sind.

Mit einem Test auf Überdispersion auf Basis der Likelihood-Funktion wird jeder Risikosektor analysiert, um eine Entscheidung hinsichtlich der Verwendung einer Poisson-Verteilung oder einer negativen Binomialverteilung zu treffen.

4.1.2 Die Likelihood-Funktion

Die Likelihood-Funktion ist definiert als das Produkt der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsfunktion, die auf den Realisationen der Zufallsvariable evaluiert wird. Bei einer Poisson-Verteilung wäre das

$$L(N_1, \dots, N_n; \lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{(\lambda T_i)^{N_i}}{N_i!} e^{-\lambda T_i}.$$

Unter Annahme der Unabhängigkeit der Ausfälle in verschiedenen Zeiträumen resultiert dies bei Vorliegen einer Poisson-Verteilung mit dem Parameter λT_i in der gemeinsamen Wahrscheinlichkeit der beobachteten Werte.

Bei der negativen Binomialverteilung entspricht dies

$$L(N_1, \dots, N_n; \lambda, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{\Gamma(N_i + \frac{1}{\sigma^2})}{N_i! \Gamma(\frac{1}{\sigma^2})} \left(\frac{1}{1 + \lambda T_i \sigma^2} \right)^{\frac{1}{\sigma^2}} \left(\frac{\lambda T_i \sigma^2}{1 + \lambda T_i \sigma^2} \right)^{N_i}.$$

Die Likelihood-Funktion der Poisson-Verteilung ist deutlich einfacher in der Handhabung als jene der negativen Binomialverteilung. Die Parameter λ und σ^2 werden so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit der gegebenen Daten maximiert wird.

⁵ Aus Platzgründen ist es nicht möglich, den Kalibrierungsansatz ausführlicher zu beschreiben. Zusätzliche Informationen über technische Einzelheiten können bei den Autoren direkt erfragt werden.

4.1.3 Test auf Überdispersion

Überdispersion liegt vor, wenn die Varianz einer Verteilung größer als ihr Erwartungswert ist. Eine klassische Verteilung ohne Überdispersion ist die Poisson-Verteilung weil $E[N_i]=V[N_i]=\lambda T_i$; ein Beispiel für Überdispersion hingegen ist die negative Binomialverteilung mit $V[N_i]=\lambda T_i(1+\sigma^2\lambda T_i)$, die streng größer als $E[N_i]$ ist, wenn σ^2 streng größer null ist.

Ein Test auf Überdispersion ist der Likelihood-Quotienten-Test. Die Prüfgröße ist als

$$lr = -2 \log \left(\frac{L^+}{L} \right)$$

definiert; dabei bezeichnet L^+ die Likelihood-Funktion unter der Hypothese der Poisson-Verteilung (mit Parameter λ , der diesen Ausdruck maximiert) und L die Likelihood-Funktion unter der Hypothese der negativen Binomialverteilung (wobei die Parameter die Likelihood-Funktion maximieren). Die Nullhypothese ist die Poisson-Verteilung, und sie wird auf einem bestimmten Signifikanzniveau α abgelehnt, wenn der berechnete Wert von lr das $1-\alpha$ -Quantil der Chi-Quadrat-Verteilung mit einem Freiheitsgrad übersteigt. Mit diesem Test lässt sich erkennen, ob die Ausfälle in den definierten Sektoren eine signifikante Überdispersion aufweisen.

Das Ergebnis eines solchen Tests kann aber auch mittels p-Werten angezeigt werden, wobei p die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines signifikanteren Resultats (hier: eines ungewöhnlichen Resultats unter der Nullhypothese) ist. Es gilt $p=P[\chi^2 > lr]$, wobei χ^2 eine Chi-Quadrat-Verteilung mit einem Freiheitsgrad aufweist. Kleine Werte für p untermauern die alternative Hypothese (also eine negative Binomialverteilung), wogegen relativ große Werte (größer

als 10%) die Nullhypothese einer Poisson-Verteilung unterstützen.

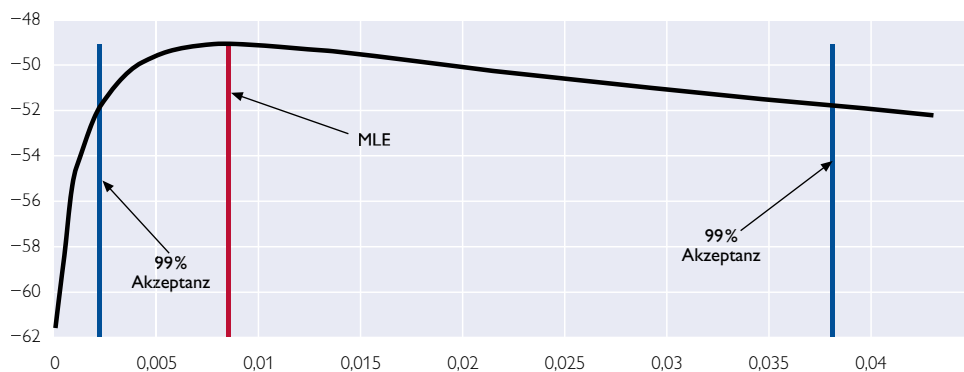
4.1.4 Punktschätzungen

Die Parameter, welche die Likelihood-Funktion maximieren, werden als Punktschätzer verwendet. Diese Parameter bezeichnet man als Maximum Likelihood Estimators (MLE). Zunächst werden mittels der bei Mack (2002) beschriebenen Methoden geeignete Momentschätzer berechnet. Bei einer nicht konstanten Anzahl erfasster Firmen ist diese Aufgabe viel schwieriger als bei einer fixen Firmenzahl. Ausgehend von diesen Momentschätzern wird die Likelihood-Funktion numerisch maximiert.

4.1.5 Konfidenzintervalle auf Basis der Normalverteilung

Eine erwünschte Eigenschaft des MLE ist seine asymptotische Erwartungstreue, bei der asymptotischen Verteilung handelt es sich um eine Normalverteilung. Die Varianz der entstehenden Normalverteilung ist die Inverse der Fisher-Information. Normalerweise ist diese Größe schwer zu berechnen, doch wie bei Panjer und Willmot (1992) beschrieben wird die beobachtete Information zur Berechnung der asymptotischen Varianz verwendet. Danach lässt sich ein Intervall mit einem bestimmten Konfidenzniveau berechnen. Da die Stichprobe sehr klein ist, sind die Intervalle relativ groß und die unteren Intervallgrenzen der Parameter werden sogar so berechnet, dass sie negative Werte aufweisen. Die Ergebnisse sind allerdings mit Vorsicht zu interpretieren, da die Normalitätsannahme asymptotisch zwar gilt, aber nicht notwendigerweise in einer kleinen Stichprobe.

Akzeptanzintervall für Maximum Likelihood Estimators (MLEs)



Quelle: Eigene Berechnungen.

4.1.6 Konfidenzintervalle auf Basis der Likelihood-Quotienten-Statistik

Bei einer anderen Methode zur Schätzung von einem Intervall, in dem der wahre Wert der Parameter mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit liegen soll, werden die Intervallenden so gewählt, dass ein Likelihood-Quotienten-Test mit einer bestimmten Signifikanz gerade noch akzeptiert wird. Werte für σ^2 , die niedriger bzw. höher als der MLE sind (σ_l^2 bzw. σ_u^2), werden numerisch geschätzt, sodass ein Likelihood-Quotienten-Test auf dem Signifikanzniveau p unter der Nullhypothese, wonach σ_l^2 bzw. σ_u^2 die wahren Parameter sind, noch akzeptiert wird. Auf einem Konfidenzniveau von $\gamma=1-\alpha$ wird die Signifikanz des Tests als $p=\frac{\alpha}{2}$ gewählt, somit derart Intervallenden entsprechend, dass der wahre Parameter mit der Wahrscheinlichkeit γ (z. B. 99%) innerhalb des Intervalls liegt. Diese Intervalle haben die gewünschte Eigenschaft, negative Werte zu vermeiden und sind in Bezug auf den MLE asymmetrisch (entsprechend der Geschwindigkeit, mit der der Wert der Likelihood-Funktion abnimmt).

In Grafik 1 wird der Logarithmus der Likelihood-Funktion einer Stich-

probe von Ausfällen für verschiedene Werte von σ^2 dargestellt. Der Schätzer, für den die Log-Likelihood-Funktion das Maximum erreicht, wird angegeben, ebenso wie die einem Likelihood-Quotienten-Test auf dem 0,5-Prozent-Signifikanzniveau genügenden Werte mit dem größten Abstand zu diesem MLE.

4.2 Auswirkungen verschiedener Kalibrierungsmethoden

Da die Kovarianzstruktur bei der Compound-Gammaverteilung durchaus zweckmäßiger als bei der Hidden-Gammaverteilung ist, und auch um Platz zu sparen, werden hier nur die Untersuchungsergebnisse für das Compound-Gammamodell vorgestellt.

Ein Testportfolio aus allen nicht ausgefallenen Krediten der GKE per Dezember 2005 wird verwendet. Jeder Kreditnehmer wird einem einzigen der vier Risikosektoren zugeordnet. Diese vier Risikosektoren (Grundstoffindustrien; Produktion, Handel und andere Dienstleistungen; öffentlicher Dienst; und ein Residualsektor) wurden, wie bereits erwähnt, auf Grundlage des NACE-Codes definiert. Als Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kreditnehmers wird seine Mas-

Tabelle 1

Auswirkungen verschiedener Parameterkalibrierungen auf den Verlust

Modell	Risikofaktorvarianzen	Korrelationsparameter σ^2	ES 95 %	ES 99 %	ES 99,9 %	VaR 95 %	VaR 99 %	VaR 99,9 %
Ein-Faktor-Modell	0,0150		4.590	5.085	5.753	4.270	4.787	5.471
	0,2500		7.703	9.569	12.070	6.498	8.447	11.013
Vier-Faktoren-Modell Variation der Sektorvarianz	MLE	0,0023	4.332	4.783	5.414	4.051	4.503	5.149
	Konfidenzniveau 99 %	0,0023	4.436	4.899	5.540	4.142	4.615	5.269
	Akzeptanzniveau 99 %	0,0023	4.496	4.970	5.618	4.193	4.682	5.343
	alle gleich 0,25	0,0023	5.994	7.055	8.452	5.301	6.422	7.866
Vier-Faktoren-Modell Variation des Korrelationskoeffizienten	alle gleich 0,25	0,0000	5.979	7.037	8.432	5.289	6.406	7.846
	alle gleich 0,25	0,0023	5.994	7.055	8.452	5.301	6.422	7.866
	alle gleich 0,25	0,0186	6.099	7.186	8.607	5.387	6.541	8.013
	alle gleich 0,25	0,2500	7.703	9.569	12.070	6.498	8.447	11.013

Quelle: Eigene Berechnungen.

Anmerkung: ES steht für Expected Shortfall, VaR für Value at Risk und MLE für Maximum Likelihood Estimator.

Als Vier-Faktoren-Modell wurde ein Compound-Gammamodell verwendet. Verlust in Milliarden.

MLE (Maximum Likelihood Estimators) für die vier Sektorvarianzen (0,0086; 0,0047; 0,0023; 0,0086).

99-Prozent-Konfidenzniveau für MLE: (0,0270; 0,0134; 0,0150; 0,0270), und 99-Prozent-Akzeptanzniveau für MLE: (0,0381; 0,0186; 0,0188; 0,0381).

terskala-Ausfallwahrscheinlichkeit angenommen. Ein LGD von 0 % bzw. 100 % wird für den durch Sicherheiten gedeckten Kreditanteil bzw. den restlichen Kreditanteil angenommen.

Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse der verschiedenen VaR- und ES-Kalibrierungen für verschiedene Konfidenzniveaus.

Zuerst werden die Ergebnisse des Ein-Faktor-Modells für zwei verschiedene Sektorvarianzen angegeben; danach folgen jene des Compound-Gammamodells (mit vier Faktoren) für verschiedene Sektorvarianzen und Korrelationsparameter.

Bis vor kurzem ließ sich dieses VaR-Modell wegen fehlender Daten nicht validieren. Um das Korrelationsrisiko möglichst nicht zu unterschätzen, wurde für den einzigen Risikofaktor eine relativ hohe Faktorvarianz von 0,25 verwendet.

Mithilfe neuer Daten konnte ein besseres und flexibleres Modell entwickelt werden, das validiert werden kann (siehe Kapitel 5). Damit kann auch eine weniger konservative und somit realistischere Parameterkalib-

rierung gewählt werden, die genauere Ergebnisse liefert.

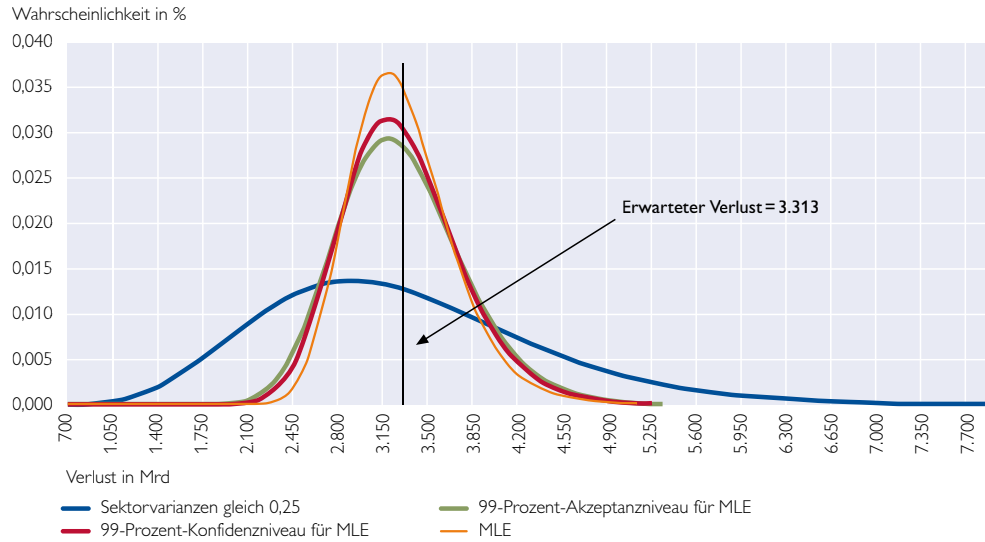
Höhere Varianzen der Risikofaktoren führen ebenso zu höheren Verlusten wie in einem kleineren Ausmaß höhere Korrelationen. Das Ein- und das Vier-Faktor-Modell mit den gleichen Faktorvarianzen und einer maximal möglichen Korrelation ergeben dieselben Resultate. Dies mag auf den ersten Blick erstaunlich erscheinen, doch sind diese Modelle mathematisch äquivalent.

Grafik 2 zeigt die Wahrscheinlichkeitsfunktionen der Verluste in Milliarden bei verschiedenen Kalibrierungsmethoden für die Varianzen der Risikofaktoren. Ein 99-Prozent-Konfidenzintervall resultierend aus einer Normalverteilung und ein 99-Prozent-Akzeptanzintervall aus einer Likelihood-Quotienten-Statistik wurden berechnet.

Grafik 3 zeigt die Wahrscheinlichkeitsfunktionen der Verluste für verschiedene Werte des Kovarianzparameters σ^2 . Höhere Werte für σ^2 führen offensichtlich zu einer Verlustverteilung mit dickeren Enden.

Grafik 2

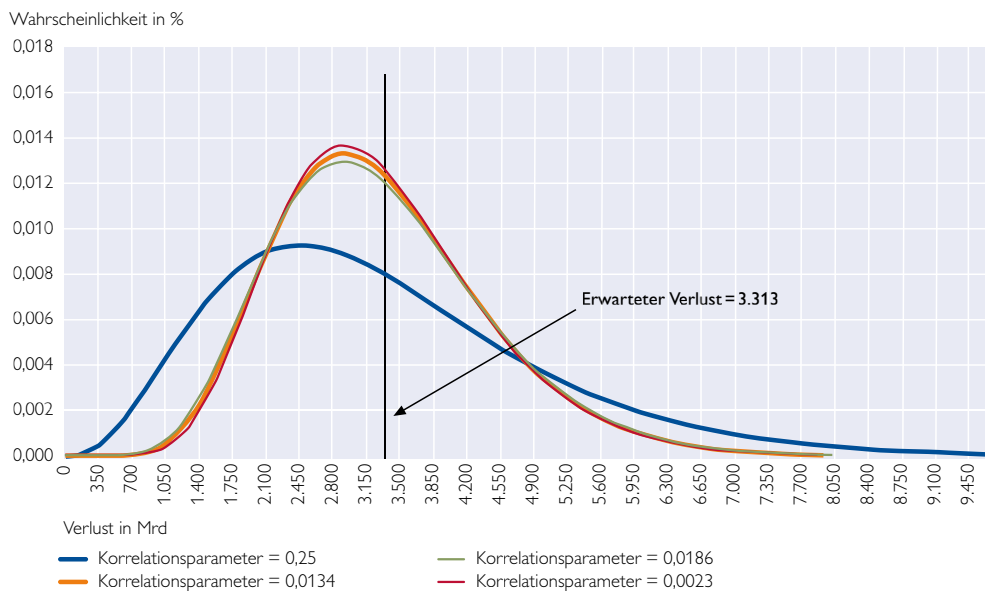
Auswirkung der Kalibrierung der Sektorvarianz auf den Verlust



Quelle: Eigene Berechnungen.
Anmerkung: Als Vier-Faktoren-Modell wurde ein Compound-Gammamodell verwendet. Korrelationsparameter $\sigma^2 = 0,0023$.
MLE (Maximum Likelihood Estimators) für die vier Sektorvarianzen (0,0086; 0,0047; 0,0023; 0,0086).
99-Prozent-Konfidenzniveau für MLE: (0,0270; 0,0134; 0,0150; 0,0270) und
99-Prozent-Akzeptanzniveau für MLE: (0,0381; 0,0186; 0,0188; 0,0381).

Grafik 3

Auswirkung der Kalibrierung der Korrelationsparameter auf den Verlust



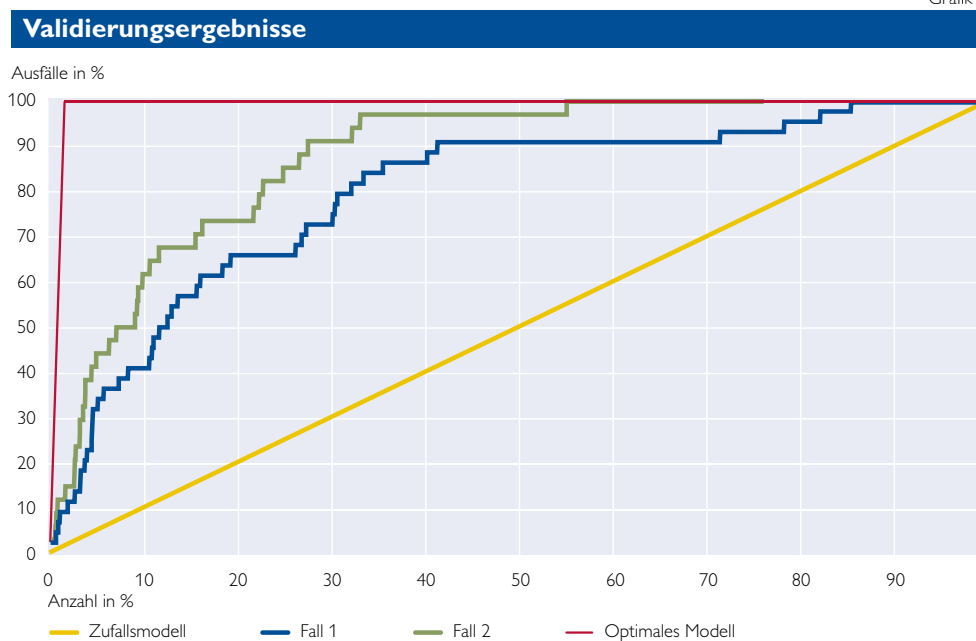
Quelle: Eigene Berechnungen.
Anmerkung: In den Berechnungen wurde ein Compound-Gammamodell verwendet (Korrelationsparameter σ^2). Alle Sektorvarianzen gleich 0,25.

5 Validierung

Zu Validierungszwecken werden die Power Curve und der Accuracy Ratio (AR) verwendet. Die Zuverlässigkeit

der AR-Methode ist nicht immer garantiert, da die hier verwendete Validierungsstichprobe nur eine ziemlich kleine Anzahl an Ausfällen enthält.

Grafik 4



Dennoch liefert der berechnete AR einen Hinweis auf die Güte des Modells und stellt ein Maß für sein Unterscheidungsvermögen zwischen ausgefallenen („schlechten“) und nicht ausgefallenen („guten“) Banken dar (siehe Engelmann et al., 2003). Der AR fasst die Information über die Trennschärfe des Modells für jede mögliche Cut-Off-Rate in einer Zahl zusammen, die zwischen 0 (bei einem Zufallsmodell) und 1 (bei einem perfekten Modell) schwankt.

Zu Testzwecken wurde die Kennzahl des Kredit-VaR einer einzigen Bank auf dem Konfidenzniveau von 95% berechnet und mit dem Deckungspotenzial der Bank, gemessen an den verfügbaren Kapitalreserven und dem Eigenmittelüberschuss, für alle Banken und alle Quartale des Jahres 2003 in Beziehung gesetzt (für weiter zurückliegende Zeiträume stehen keine Daten zur Verfügung). Dann wurden diese Ergebnisse mit der Liste der Banken verglichen, die im Jahr 2004 tatsächlich Probleme hatten.

Grafik 4 zeigt die kumulativen Accuracy-Profile für zwei Testfälle. Der erste Fall beschreibt die Trennschärfe des Modells unter Berücksichtigung aller Banken. In diesem Fall wurde ein AR von 60,5% erreicht. Der zweite Fall bezieht sich auf Kreditinstitute, deren Gesamtkreditvolumen zu mehr als 50% in der GKE ausgewiesen ist. Der Test zeigt, dass in diesem zweiten Fall – mit einem AR von sogar 69,6% – erhebliche Leistungsverbesserungen erzielt werden konnten.

Die bessere Leistung im zweiten Fall ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass für kleinere, nicht der Meldepflicht an die GKE unterliegende Kredite nur sehr wenige Daten verfügbar sind. Das Fehlen wesentlicher Informationen über individuelle Kredithöhe, Ausfallwahrscheinlichkeit und den Wert der Sicherheiten macht es unmöglich festzustellen, wie potenziell riskant Portfolios einzuschätzen sind, die hauptsächlich aus solchen Krediten bestehen.

Die hier erzielten Validierungsergebnisse zeigen, dass genauere Daten über das Kreditportfolio von Banken die Güte des Modells noch weiter verbessern werden. Ab dem Jahr 2008 müssen die Banken detailliertere Daten über Kredite unter der GKE-Grenze sowie über die Art der Sicherheiten der Kreditnehmer melden. Die Trennschärfe des hier vorgestellten Modells soll damit noch weiter erhöht werden.

6 Schlussfolgerung

Die Verlustverteilung konnte für eine realistischere Faktorverteilung als jene des Ein-Faktor-Modells berechnet werden, ohne den analytischen Rahmen zu verlassen. Die Möglichkeit, die Risikobeiträge eines einzelnen Kreditnehmers zu berechnen, liefert essenzielle Informationen über die wichtigsten Einzeldeterminanten des Risikos. Durch Aufnahme stochastischer LGD-Raten in das Modell

wird der durch den Umgang mit Sicherheiten verursachten Unsicherheit Rechnung getragen. Alle diese Ergebnisse erhält man, selbst bei großen Portfolios, mit relativ geringem Rechenaufwand innerhalb einiger Minuten.

In weiteren Untersuchungen sollte dieses Konzept in einen allgemeinen Ansatz weiterentwickelt werden, der eine Modellierung von Risikofaktorabhängigkeiten mit weniger Einschränkungen und somit höherer ökonomischer Adäquanz sowie flexiblere Kalibrierungsmethoden erlaubt. Die ökonomischen Auswirkungen der verschiedenen Abhängigkeitsschätzungen sollten ausführlicher untersucht werden, und es besteht der Bedarf nach zuverlässigeren Validierungsergebnissen. In einem noch realitätsnäheren Modell könnten auch Abhängigkeiten zwischen LGD-Kategorien sowie zwischen Verlusthöhe und Ausfallrisiko dargestellt werden.

Literaturverzeichnis

- Acerbi, C. und D. Tasche. 2002.** On the Coherence of the Expected Shortfall. In: Journal of Banking and Finance 26 (7). April. 1487–1503.
- Bürgisser, P., A. Kurth, A. Wagner und M. Wolf. 1999.** Integrating Correlations. Risk 12. 57–60.
- Cameron, A. und P. Trivedi. 1996.** Count Data Models for Financial Data. In: Maddala, G. and C. Rao (Hrsg). Handbook of Statistics. Elsevier Science B.V.
- Credit Suisse First Boston. 1997.** CreditRisk⁺: A Credit Risk Management Framework. Retrieved on April 20, 2004: <http://www.csfb.com/creditrisk>.
- Engelmann, B., E. Hayden und D. Tasche. 2003.** Testing for Rating Accuracy. In: Risk 16. 82–86.
- Giese, G. 1996.** Dependent Risk Factors. In: CreditRisk⁺ in the Banking Industry. Springer Verlag. 153–165.
- Gusso, R. 2003.** An Application of EM Algorithm to Calibration of Dependent Credit Risk Models. Master's Thesis. Master in Advanced Studies in Finance ETH/University of Zürich. Supervisor: Professor Uwe Schmock.
- Haaf, H., O. Reiß und J. Schoenmakers. 2004.** Numerically Stable Computation of CreditRisk⁺. CreditRisk⁺ in the Banking Industry. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag.
- Klugman S. und H. Panjer. 2004.** Loss Models: From Data to Decisions. 2. Auflage. Wiley.
- Mack, T. 2002.** Schadenversicherungsmathematik. Deutsche Gesellschaft für Versicherungsmathematik.
- OeNB und FMA – Oesterreichische Nationalbank und Finanzmarktaufsicht. 2004.** New Quantitative Models of Banking Supervision. Wien: Oesterreichische Nationalbank.
- Panjer, H. und G. Willmot. 1992.** Insurance Risk Models. Schaumburg, Illinois: Society of Actuaries.
- Schmock, U. 2006.** Modelling Dependent Credit Risks with Extensions of CreditRisk⁺ and Applications to Operational Risk (Lecture Notes). Retrieved on October 15, 2006: <http://www.fam.tuwien.ac.at/~schmock/notes/ExtensionsCreditRiskPlus.pdf>.
- Tasche D. 2004.** Capital Allocation with CreditRisk⁺. CreditRisk⁺ in the Banking Industry. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag.